

# Nükleer Fizik 1 Ders Notları

Yrd. Doç. Dr. İlker Can Çelik

## Kaynaklar

Introductory to Nuclear Physics (Kenneth S. Krane)

Concepts of Nuclear Physics (Bernard L. Cohen)

Nuclear Structure from a Simple Perspective (Richard F. Casten)

Practicle Gamma-ray Spectrometry (Gordon R. Gilmore)

May 23, 2016

# Outline

- 1 **Temel Kavramlar**
  - Nükleer Fizik'in Tarihi Geçmişı
  - Nükleer Özellikler

# Outline

- 2 Kuantum Mekaniğinin Öğeleri
  - Kuantum Davranışı
  - Kuantum Mekaniğinin İlkeleri

# Outline

- 3 Çekirdeğin Özellikleri
  - Nükleer Yarıçap
  - Çekirdeğin Yük Dağılımı
  - Çekirdeklerin Kütlesi ve Bolluk Oranları
  - Nükleer Bağlanma Enerjisi
  - Nükleer Açısız Momentum ve Parite
  - Nükleer Elektromanyetik Momentler
  - Nükleer Uyarılmış Durumlar

# Outline

- 4 Nükleonlar Arası Kuvvet
  - Nükleonlar Arası Kuvvet
  - Döteron
  - Nükleon-Nükleon Saçılması
  - Proton-Proton ve Nötron-Nötron Etkileşmesi
  - Nükleer Kuvvetin Özellikleri
  - Değiş Tokuş Kuvvet Modeli

# Outline

## 5 Nükleer Modeller

- Kabuk Modeli
- Çift-Z, Çift-N'li Çekirdekler ve Kollektif Yapı
- Nükleer Titreşimler

# Outline

- 6 Radyoaktif Bozunma
  - Radyoaktif Bozunma

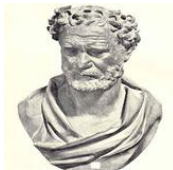
# Outline

- 7 Nükleer Radyasyonların Ölçümü
  - Elektromanyetik Radyasyonların Sınıflandırılması
  - 1-Elektromanyetik Radyasyonların Madde ile Etkileşimi
  - Detektörler ve Detektör İçindeki Etkileşimler
  - 2-Ağır Yüklü Parçacıkların Madde ile Etkileşimi
  - 3-Elektronların Madde ile Etkileşimi
  - Detektör Türleri



# Outline

- 8 Nükleer Reaksiyonlar
  - Nükleer Reaksiyonlar Sınıflandırılması



Democritus  
(400 B.C.)

Figure: Democritus ve Atomik Modeli

İlk atom fikri aslından Democritus'un hocası Leucippus tarafından ortaya atılsada, Democritus tarafından uyarlanmıştır. Bu atom teorisine göre "evren iki öğeden oluşur ve bunlar atomlar ve bunların varolduğu ve hareket ettiği boşluktur." Democritus'a göre atomlar sonsuz sayıdadır. Bu hipotez M.Ö. 465'te ortaya atılmıştır.

## Democritus'un atom teorisi:

- 1 Bütün maddeler atomlar denilen görünmez parçacıklardan oluşmaktadır.
- 2 Atomlar parçalanamaz.
- 3 Atomlar katıdır ve gözle görünmezler.
- 4 Atomlar homojendirler.
- 5 Atomlar ölçüt, şekil, kütle, pozisyon, ve dizilim bakımından birbirinden farklıdır. Örneğin:
  - ▶ Katılar küçük ve noktasal atomlardan oluşurlar.
  - ▶ Sıvılar büyük ve yuvarlak atomlardan oluşurlar.
  - ▶ Yağlar çok ince ve küçük atomlardan oluşurlarki kolayca birbirinin üstünden kayıp akarlar. [▶ Kaynak için tıklayınız.](#)

▶ Nükleer Fizik'in Zaman Skalası

- 1 Democritus'un bu fikirleri 2400 yıl boyunca 19.yy başlarına kadar bir varsayım olarak kalmıştır. Sonrasında Dalton, Faraday, Avogadro ve Mendeleev gibi kimyacıların deneyleri ile atomun oluşum özelliklerinin kuralları ve sistematik sınıflandırılmaları yapılmıştır.
- 2 1896 yılında Becquerel'in belirli atomların radyoaktifliğini keşfederken ve Curie'ler 1898'de radyoaktif maddeler daha iyi açıklanmıştır.
- 3 Daha sonrasında Rutherford atom çekirdeğinin varlığını önermiştir.
- 4 1940'lı ve 50'li yıllarda ise atom çekirdeğinden daha temel parçacıkların var olduğu keşfedilmiştir.

- 1 Bir atom çekirdeği, çekirdek içindeki pozitif yüklerin toplamı ve toplam kütle sayısı ile tanımlanır. En basit  ${}^A_ZX_N$  olarak sembolize edilir. Fizikte bir **nükleon**, nötron ve proton'un ortak ismidir ve X çekirdeğinin  $A=Z+N$  tane nükleonu olduğu söylenir.
- 2 Aynı proton sayısına (Z) sahip olup farklı nötronu (N)olan çekirdekler birbirinin **izotop**udur.
- 3 Aynı nötronu ve farklı proton sayısına sahip olan çekirdekler ise birbirinin **izoton**udur.
- 4 Kütle numaraları (A) aynı olan çekirdeklere **izobar** çekirdekler denir.
- 5 Çekirdeğin yükü ise  $+Ze$  kadardır. Atom numarası Z olan bir nötr bir atomda Z tane proton, N tane nötron ve Z tane elektron bulunur.



Hemen hemen bütün çekirdeklerde  $A$ ,  $Z$ 'den daha büyüktür, bu ise çekirdekte protondan daha ağır parçacıkların olduğunu gösterir. 1932'ye kadar çekirdeğin içinde  $A$  tane proton ve  $A-Z$  tane nükleer elektronun bulunduğu inanılıyordu. Fakat çekirdek içindeki elektronun varlığı hipotezi şöyle çürütülebilir:

(1) Nükleer elektronların protonlara Coulomb kuvvetinden daha güçlü bir kuvvetle bağlanmaları gerekir. Ama, protonlarla atom elektronları arasında böyle bir kuvvet bulunamamıştır.

(2) Eğer elektronları çekirdeğin kaplayacağı kadar küçük ( $\Delta x \sim 10^{-14}$ ) bir boşluğa hapsederseniz, belirsizlik ilkesine göre  $\Delta p \sim \hbar/\Delta x = 20 \text{ MeV}/c$  kadar bir momentuma sahip olması gerekir. Ancak radyoaktif  $\beta$  bozunumunda çıkan elektronlar 1 MeV'dan az bir enerjiye sahiptir. Dolayısıyla 20 MeV'lik enerjilerde bir elektron deneysel olarak gözlenmemiştir.

★ (3) Yukarıdada açıklanan proton-elektron hipotezine göre normalde 1 proton, 1 elektron ve 1 nötronu bulunan Döteryum'un 2 proton ve 1 elektronu varmış gibi işlem görüp, çekirdek spininde  $1/2$  veya  $3/2$  olması gerekir. Ancak Döteryum'un gözlenen spini  $1$ 'dir.

(4) Döteryumun manyetik dipol momenti elektronun  $1/2000$  kat kadardır. Buda yukardaki proton-elektron hipotezini çürütmektedir.

Proton-elektron hipotezinin tutarsızlığı bütün yönleriyle araştırılmıştır ve 1932 yılında Chadwick tarafından **nötronun** keşfedilmesiyle önemini yitirmiştir. Nötronun kütlesi yaklaşık olarak protonunkinden %0.1 daha büyüktür.

★ Bir çekirdek onun ölçülebilir şu gibi özellikleriyle tanımlanabilir: kütle, yarıçap, doğadaki bağıl bolluğu, bozunma modları, radyoaktif çekirdeklerin yarı ömürleri, reaksiyon modları, tesir kesitleri, spin, manyetik dipol, kuadropol momentleri ve uyarılmış durumlarıdır.

| Parçacık | Kütle (kg)                        | Kütle (amu)                       | Elektrik Yükü | Yarı Ömür                           | Spin          |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------|-------------------------------------|---------------|
| Nötron   | $1.6749286 \times 10^{-27}$       | 1.00866491600(43)                 | 0             | 881.5(15)s (serbest)                | $\frac{1}{2}$ |
| Proton   | $1.6726231 \times 10^{-27}$       | 1.007276466812(90)                | +1            | $>2.1 \times 10^{29}$ yıl (kararlı) | $\frac{1}{2}$ |
| Elektron | $9.1093897 \times 10^{-31}$       | $5.4857990946(22) \times 10^{-4}$ | -1            | elementer parçacık                  | $\frac{1}{2}$ |
| Döteryum | $3.343583719(41) \times 10^{-27}$ | 2.01355321270                     | 0             | kararlı                             | 1             |

**Table:** Temel parçacıkların bazı özellikleri

Bilinen tüm çekirdeklerin özellikleri şu kaynaklardan bulunabilir: Table of Isotopes, Nuclear Data Sheets, Atomic Data and Nuclear Data Tables veya Annual Review of Nuclear and Particle Science.



- 1 Nükleer fizikte çekirdek içindeki nükleonlar klasik parçacıklar olarak davranmazlar, onun yerine nükleonların dalga davranışları onların hareketini belirler.
- 2 Çekirdekler içindeki nükleonların 10 MeV mertebesindeki enerjilerde hareket ettikleri deneysel olarak bilinmektedir. Nükleonun durgun enerjisine (1000MeV) kıyasla 10MeV'luk kinetik enerji onun göreceli olmayan bir harekete maruz kaldığını gösterir.

- 1 Kuantum mekaniği madde parçacıklarının bir dalga gibi hareket ettiğini varsayarak bize çözümler üretir. 1924 yılında De Broglie tarafından parçacık yapısına sahip olduğu kabul edilen ışığın, parçacıkların birleşimi olarak kabul edilen dalga yapısında sahip olması gerektiği ortaya atılmıştır. Ve bu nedenle ışıkla benzerlik kurularak p momentumlu parçacıkta dalgaboyu  $\lambda = \frac{h}{p}$  olan bir dalganın eşlik ettiği varsayılmıştır.

Fakat bu dalga teoremininde açıklayamadığı belirsizlikle ilgili bazı konular vardır:

- 1  $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$  Yani, belirli bir  $p$  momentumuna sahip bir parçacığa nadiren rastlarız. Daha sonra Schrödinger tarafından buna bir açıklama getirilmiştir. Üstelik açıklanmaya çalışılan parçacık ve dalga kavramları tamamen birbirine zıt kavramlardır.
- 2  $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$  Eğer  $E = h\nu$  ise, frekansı yeteri kadar kesin belirlemek için yeteri kadar uzun bir  $\Delta t$  aralığında sistemi gözlemlemeliyiz.
- 3  $\Delta l_z \Delta \phi \geq \frac{\hbar}{2}$  Eğer açısal momentumun  $z$  bileşenini sabit kabul edip, onu oluşturan  $l_x$  ve  $l_y$  bileşenlerinin  $z$  eksenini etrafında döndüğünü varsayarsak,  $\phi$  açısının belirsizliğine ulaşılır.

$V(x)$  potansiyeli etkisindeki  $m$  kütleli bir parçacığın zamandan bağımsız bir boyutlu Schrödinger denklemi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (1)$$

Genelde bu denklemin enerjinin belirli değerleri için çözümleri vardır ve bu değerlere enerji öz değerleri denir. Zamana bağıllığıda içeren tam çözüm denklemi ise şöyledir:

$$\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-i\omega t} \quad \text{Burada } \omega = \frac{E}{\hbar} \text{ 'dir.} \quad (2)$$

Çok boyutlu sistemlerde dalga vektörünün büyüklüğüne dalga sayısı ( $k$ ) denir ve bir parçacığın momentumu  $P = \hbar k$  ile verilir. Dalga sayısı bir dalganın uzaysal frekansı yani: ya birim mesafedeki döngü sayısı yada birim mesafedeki radyan açısı miktarıdır. Tanımsal olarak frekansa benzetilebilirken belirli bir mesafedeki dalga sayısı diye de tanımlanır.

Kinetik enerji ise klasik olarak  $\frac{P^2}{2m}$  ile ifade edilip Schrödinger denkleminde yerini almıştır. Dolayısıyla bir potansiyel varlığında parçacığa eşlik eden dalga sabiti  $k = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}$  olmaktadır.

Eğer yukardaki Schrödinger dalga denklemini yeniden düzenler ve burdan momentum vektörünün bileşenlerinin değerini bulmaya çalışırsak:

$$[E - V(x)]\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{P_x^2}{2m}, \quad P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (3)$$

Eğer bir boyutta, Schrödinger denkleminde düzlemsel dalga çözümü kullanılırsa:  $\psi = e^{i(kx - \omega t)}$  bu ifadenin birinci türevi konuma göre alınırsa  $\frac{\partial \psi}{\partial x} = ik e^{i(kx - \omega t)} = ik\psi$ 'dir.  $k$  dalga sayısı De Broglie ilişkisinden  $p = \hbar k$  olarak bilinir. Dolayısıyla  $\frac{\partial \psi}{\partial x} = i\frac{p}{\hbar}\psi$  ve momentum operatörü  $\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$  olarak bulunur.

İkinci seferde eğer zamana karşı türev alınırsa:

$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\omega e^{i(kx - \omega t)} = -i\omega \psi$ 'dir. Eğer denklemin her iki yanıda  $i\hbar$  ile çarpılırsa burdan enerji eşleniği olan  $E = h\nu = \frac{h}{T}$  ifadesine ulaşılır. T burda dalga'nın periyodunu göstermektedir.

Sonuç olarak  $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \omega \hbar \psi = \frac{\omega}{2\pi} h \psi = h\nu \psi = E\psi$  elde edilirki, bu bize enerji operatörünün  $\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$  olduğunu söyler. Momentum ve enerji operatörlerini bilmek bize en başta bahsettiğimiz zamandan bağımsız Shrödinger dalga denklemininde aslında nerden türetildiğininide göstermektedir. Bu ifade klasik mekanikte karşılaştığımız enerji korunumu ilkesinden başka birşey değildir.

Eğer Schrödinger dalga denklemini en basite indirgersek:

$E\psi = (T + V)\psi$  , burda T kinetik enerjiyi ve V potansiyel enerjiyi ifade etmektedir. T yerine  $\frac{P^2}{2m} = \frac{(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x})^2}{2m}$  yazıldığında,  
 $E\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi(x)$  ifadesine vardığımızı görürüz.

Schrödinger denklemini eğer üç boyutta yazılmak istenirse tüm fonksiyonlar x, y ve z'nin bir fonksiyonu şeklinde yazılırlar. Kartezyen koordinat sisteminde Schrödinger denklemini birdaha zamandan bağımsız ve bağımlı olacak şekilde yazarsak:

$$E\psi(x, y, z) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z)\psi(x, y, z) \quad (4)$$

$$\Psi(x, y, z) = \psi(x, y, z)e^{-i\omega t} \quad (5)$$



Çekirdekler yaklaşık olarak küresel olduklarından kartezyen koordinat yerine küresel koordinat sisteminin kullanılması daha mantıklıdır. Schrödinger denklemini küresel koordinatlarda yazarsak:

$$E\psi(r, \theta, \phi) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right) \right] + V(r, \theta, \phi) \psi(r, \theta, \phi) \quad (6)$$

► Kaynak için tıklayınız.

Eğer kartezyen ve küresel kutupsal koordinat sistemini karşılaştırarak:

$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \right] \quad (7)$$

iki koordinat sistemi arasındaki dönüşümü ve burdaki her bileşeni

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi \quad \text{ve} \quad z = r \cos \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), \quad \phi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (8)$$

bu şekilde yazabiliriz. Hacim elemanı ise  $dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ 'dir.

Açısal momentum operatörünü  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = -i\vec{r} \times \vec{\nabla}$  şeklinde olduğunu biliyoruz. Kartezyen koordinatlarda bu operatörün bileşenleri şöyledir.

$$\hat{L}_x = \hat{y}\hat{p}_z - \hat{p}_y\hat{z} = -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y}z\right)$$

$$\hat{L}_y = \hat{z}\hat{p}_x - \hat{p}_z\hat{x} = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z}x\right)$$

$$\hat{L}_z = \hat{x}\hat{p}_y - \hat{p}_x\hat{y} = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}y\right) \quad (9)$$

► Detaylı kaynak için tıklayınız.

Açısal momentum operatörünün küresel koordinatlardaki bileşenlerini şimdi yazarsak bu bize daha sonra yapacağımız yorumlarda yardımcı olacaktır.

$$\hat{L}_x = i\hbar\left(\sin\phi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta\cos\theta\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$$

$$\hat{L}_y = -i\hbar\left(\cos\phi\frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta\sin\phi\frac{\partial}{\partial\phi}\right)$$

$$\hat{L}_z = i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}$$

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2 = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right] \quad (10)$$

Küresel koordinatlarda yazılan 6'nolu Schrödinger denkleminde, eğerki  $\psi(r, \theta, \phi)$  ifadesi onu oluşturan radyal  $R(r)$  ve açısız  $Y(\theta, \phi)$  bileşenlerine ayrılabilirse bu denklemin analizini kolaylaştıracaktır. Bu yüzden  $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)Y(\theta, \phi)$  eşitliği denklem 6'da yerine konulup, denklem 6 yeniden düzenlenip  $\frac{2mr^2}{R(r)Y(\theta, \phi)}$  terimiyle çarpılırsa aşağıdaki denkleme ulaşmış oluruz.

$$\begin{aligned}
 & \frac{-\hbar^2}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + 2mr^2[V(r) - E] \\
 & - \frac{\hbar^2}{Y(\theta, \phi)} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \phi)}{\partial \phi^2} \right) = 0 \quad (11)
 \end{aligned}$$

Denklem 11'deki ifadenin açısıl kısmını  $Y(\theta, \phi) = \Theta(\theta)\Phi(\phi)$  ifadesini ve büyüklüğü  $|L| = \sqrt{\ell(\ell + 1)\hbar^2}$  olan L açısıl momentum eşitliğini kullanılarak şöyle düzenleyebiliriz:

$$-L^2 = \frac{\hbar^2}{Y(\theta, \phi)} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial Y(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \phi)}{\partial \phi^2} \right] \quad (12)$$

Denklem 11'deki ifadenin radyal kısmı ise

$$-L^2 = \frac{-\hbar^2}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + 2mr^2[V(r) - E] \quad (13)$$

şekindedir. Dikkat edilirse radyal ve açısıl kısım bir sabit olan  $-L^2$  terimine eşitlenmiştir.

Son olarak eğer denklem 11, denklem 10'daki  $L^2$  ifadesi kullanılıp  $2mr^2$ 'ye bölünürse,

$$0 = \frac{-\hbar^2}{2mr^2 R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) + \frac{L^2}{2mr^2} + [V(r) - E] \quad (14)$$

karşımıza oldukça sade denklem 14 çıkar. Schrödinger dalga denklemindeki  $\Phi(\phi)$ 'in diferansiyel denklemi şöyle verilmiştir:

$$\frac{d^2\Phi(\phi)}{d\phi^2} + m_\ell^2\Phi(\phi) = 0 \quad (15)$$

Böylelikle denklem 12, denklem 15 ve  $Y(\theta, \phi) = \Theta(\theta)\Phi(\phi)$  ifadesiyle yeniden şu şekilde yazılabilir:

$$L^2 = \frac{-\hbar^2}{\sin \theta \Theta(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + \frac{m_\ell^2 \hbar^2}{\sin^2 \theta} \quad (16)$$

$$\ell(\ell + 1)\hbar^2 = -\frac{\hbar^2}{\sin \theta \Theta(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + \frac{m_\ell^2 \hbar^2}{\sin^2 \theta} \quad (17)$$

Denklem 17,  $\frac{\Theta(\theta)}{\hbar^2}$  ile çarpılıp yeniden düzenlenirse:

$$0 = \Theta(\theta) \left[ \ell(\ell + 1) - \frac{m_\ell^2}{\sin^2 \theta} \right] + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Theta(\theta)}{\partial \theta} \right) \quad (18)$$



Denklem 15'nin çözümü ise bize

$$\Phi_{m_\ell}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_\ell\phi} \quad (19)$$

verir. Burada  $m_\ell = 0, \mp 1, \mp 2, \dots$ ,  $\ell = 0, 1, 2, \dots$  ve  $\Phi_{\ell m_\ell}$  çözümü  $\sin\theta$  yada  $\cos\theta$ 'ın  $\ell$  dereceli bir polinomu olarak ifade edilebilir.  $\Theta_{\ell m_\ell}$  ve  $\Phi_{m_\ell}(\phi)$  birlikte ve normalize edilmiş olarak  $Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi)$  küresel harmoniklerini verirler. Bu fonksyonlardan bazıları aşağıdaki tabloda verilmiştir. Bu fonksiyonlar herhangi bir  $V(r)$  merkezi potansiyel için Schrödinger denkleminin çözümünün açısal kısmını verirler.

| $\ell$ | $m_\ell$ | $Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi) = \Theta_{\ell m_\ell} \Phi_{m_\ell}(\phi)$ |
|--------|----------|--|
| 0      | 0        | $\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$  |
| 1      | 0        | $\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$  |
| 1      | $\mp 1$  | $\mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$                      |
| 2      | 0        | $\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$                             |
| 2      | $\mp 1$  | $\mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$         |
| 2      | $\mp 2$  | $\sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$                     |

**Table:** Bazı küçük  $\ell$  değerleri için Küresel Harmonikler

Buradaki tabloda önceden verdiğimiz çözüm 19 ve

$$\Theta_{\ell m_\ell} = \left[ \frac{2\ell + 1}{2} \frac{(\ell - m_\ell)!}{(\ell + m_\ell)!} \right] P_\ell^{m_\ell}(\theta) \quad (20)$$

( $P_p^{m_p}(\theta)$  burada genelleştirilmiş Legendre polinomları olmak üzere) çözüm 20 kullanılmıştır.

Bir sistemin  $\Psi(x, t)$  dalga fonksyonu ile ilgili bilgi, bizim sistemin birçok özelliğini hesaplamamıza olanak sağlar. Örneğin, bir dalga paketinin eşlik ettiği parçacığın  $x$  ve  $x + \Delta x$  arasındaki bulunma olasılığını bulabiliriz.  $P(x)dx = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)dx$ 'deki  $P$  ifadesi bize olasılığı verirken,  $\Psi^*(x, t)$  terimi  $\Psi(x, t)$ 'in kompleks eşleniğidir. Örneğin, parçacığın  $x_1$  ve  $x_2$  arasındaki bulunma olasılığı tüm sonsuz küçük olasılıkların toplamı yani integralidir.

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \Psi^* \Psi dx \quad \text{ve} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi dx = 1 \quad (21)$$

Bu son koşul **normalizasyon koşulu** olarak bilinir ve  $\psi$ 'in **normalizasyon sabitini** yani onu **1** yapmak için çarpmamız gereken sabiti bulmamıza yarar.

x'in fonksiyonu olan  $f(x)$  için ortalama değer x'in her değeri için ortalama katkısı bulunarak şöyle hesaplanır:

$$\langle f \rangle = \int \Psi^* f \Psi dx \quad (22)$$

Kuantum kuramının tatmin edici olmayan yönlerinden biri, bir deneyin sonucunu kesim olarak tayin etmedeki güçsüzlüğüdür. Bütün yapabildiğimiz istatistiksel ortalama değeri bulabilmektir.

Ev ödevi:

- 1 Bir boyutta serbest parçacık problemi
- 2  $E > V_o$  iken basamak potansiyeli problemi
- 3  $E < V_o$  iken basamak potansiyeli problemi
- 4  $E > V_o$  iken potansiyel engeli
- 5  $E < V_o$  iken potansiyel engeli
- 6 Sonsuz kuyu durumu
- 7 Sonlu potansiyel kuyusu durumu
- 8 Basit harmonik salıncı durumu
- 9 Üç boyutta sonsuz kartezyen kuyusu durumu, sonsuz küresel kuyu, basit harmonik salıncı.

İşlenecek diğer yan başlıklar:

- 1 Coulomb potansiyeli
- 2 Açısal momentum kuantum teorisi
- 3 Parite
- 4 Kuantum istatistiği
- 5 Enerji durumlar arası geçişler

## 1 Coulomb potansiyeli

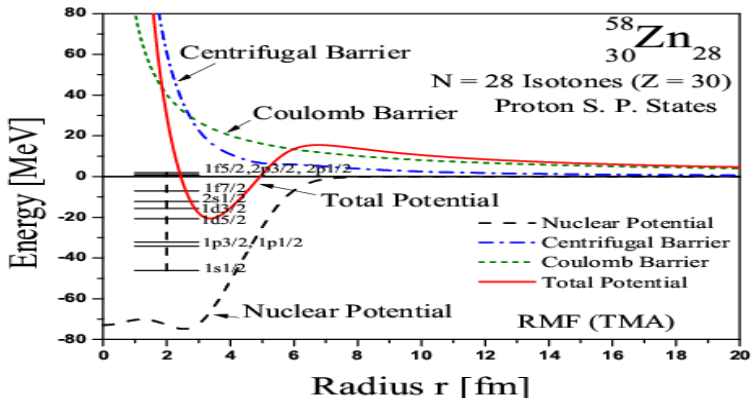
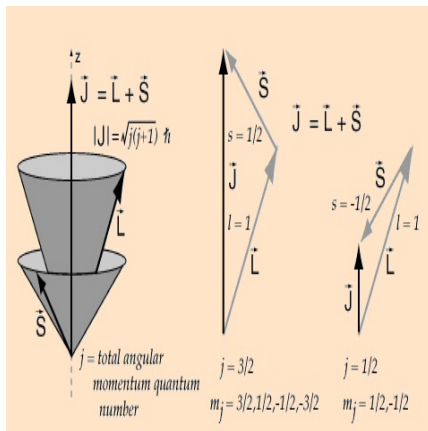
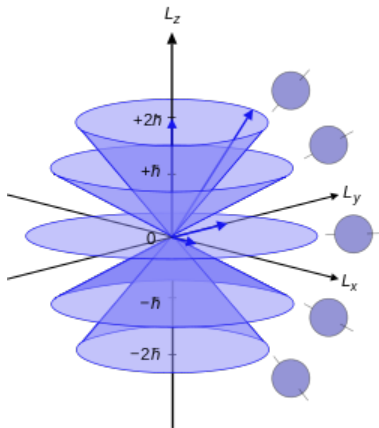


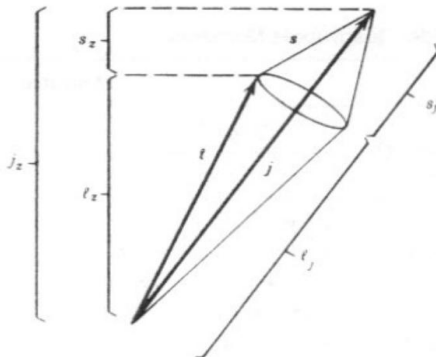
Figure:  $^{58}_{30}\text{Zn}_{28}$  çekirdeği için mevcut potansiyel kuvvetler

## 1 Açısal Momentum





## 1 Açılal Momentum



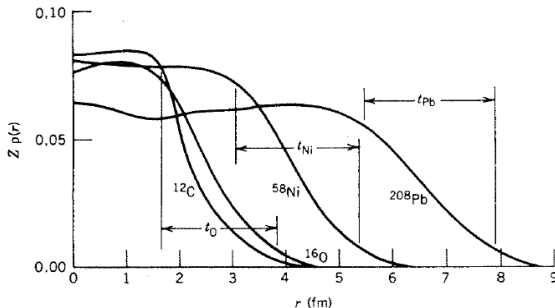
**Figure:**  $\mathbf{j}$  toplam açılal momentum z eksenini etrafında  $j_z$  sabit kalacak şekilde presesyon hareketini yaparken  $\mathbf{l}$  ve  $\mathbf{s}$  vektörleri  $\mathbf{j}$  etrafında presesyon hareketini yapar.  $\mathbf{l}$  ve  $\mathbf{s}$ 'nin  $\mathbf{j}$  boyunca bileşenleri sabit kalır, fakat  $l_z$  ve  $s_z$  değişir.

★ Belirli bir dereceye kadar bir çekirdeği tanımlamamıza yarayan bazı özellikler vardır. Bunlar şöyle sıralanabilir:

- 1 Çekirdeğin yük dağılımı, çekirdek yarıçapı, kütle bağlanma enerjisi, açılma momentumu, parite, manyetik dipol moment, elektrik kuadropol moment ve uyarılmış durumların enerjileri olarak verilebilir. Bu **statik özelliklerin** yanında birde çekirdeğin bozunma ve reaksiyon olasılığı gibi **dinamik** özellikleride vardır.

★ Nükleon yoğunluğu ve nükleer potansiyel kısa bir mesafe boyunca oldukça sabitken, bu mesafenin ötesinde sıfır olur. Bu yüzden çekirdeğin yarıçapı iki parametreyle karakterize edilmeye çalışılır.

- 1 Bu parametrelerden birincisi, merkezi yoğunluğun yarıya düştüğü **ortalama yarıçaptır**.
- 2 İkinci parametre ise nükleon yoğunluğunun maximum seviyesinden minimum seviyesine düştüğü **yüzey kalınlığıdır**.



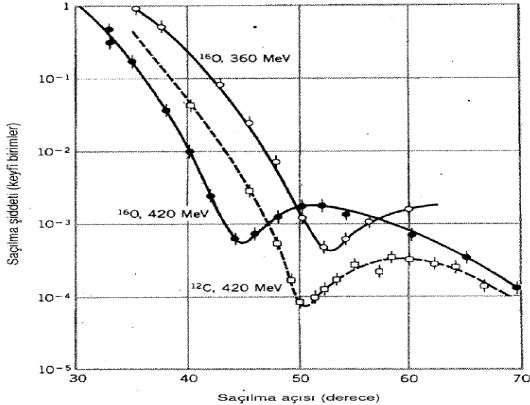
**Şekil 3.4** Çeşitli çekirdeklerin elektron saçılma deneylerinden elde edilen radyal yük dağılımları. Yüzey kalınlığı O, Ni, ve Pb için gösterilmiştir; yüzey kalınlığının değeri yaklaşık 2,3 fm'de sabittir. Merkezî yük yoğunluğu en hafif çekirdekte en ağır çekirdeğe doğru çok az değişir. Yük yoğunlukları R. C. Barret ve D. F. Jackson'un *Nuclear Sizes and Structure* (Oxford: Clarendon, 1977) 'den alınmıştır.

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

- 1 Yukardaki figürde göze çarpan bir özellik çekirdek yük yoğunluğunun tüm çekirdekler için yaklaşık olarak eşit olmasıdır. Nükleonlar gerçekte yüzeye doğru oldukça sabit sayılabilecek bir dağılıma sahiptir. Yani birim hacim başına düşen nükleon sayısı ( $\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ ) hemen hemen sabittir. Burada  $R = R_0 A^{1/3}$  iken deneysel olarak  $R_0 \cong 1.2\text{fm}$  olarak bulunmuştur.
- 2 Figürdeki t yüzey kalınlığı parametresi yük yoğunluğunun %90'dan %10'a düştüğü mesafe olarak tanımlanır.

Bir cismin şeklini ve büyüklüğünü incelemenin en iyi yollarından biri saçılma radyasyonunu incelemektir. Bir cismi ve onun ayrıntılarını görmek için cisme gönderilen radyasyonun **dalga boyu** o cismin dalga boyundan küçük olmalıdır.

- 1 Örneğin, yaklaşık 10fm yarıçapındaki bir çekirdek için gerekli dalga boyu  $\lambda \leq 10\text{fm}$  olup  $p \geq 100 \text{ MeV}$  değerine karşılık gelir. Yani, enerjileri 100 MeV'dan 1 GeV'a değişen elektronlar bu iş için uygundur.

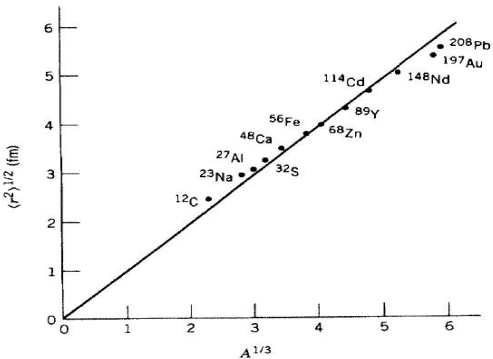


**Şekil 3.1**  $^{16}\text{O}$  ve  $^{12}\text{C}$ 'den elektron saçılması. Tesir kesitinin şekli ışık dalgalarıyla elde edilen kırınım desenine biraz benzer. Veriler, Stanford Lineer Hızlandırıcı Merkezinde yapılan deneylerden alınmıştır. (H.F. Ehrenberg et al., *Phys. Rev.* **113**, 666 (1959)).

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

Yukarıdaki figürde, elektronla yapılan bir saçılma deneyindeki minimum değerlerin bariz olduğu eğriler verilmiştir. Burada ışık ünitesindeki kırınım konusuyla benzerliklere rastlamaktayız.  $D$  yarıçaplı dairesel bir diskten kırılan ışık için birinci minimum  $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1.22\lambda}{D}\right)$  ile verilir. Buna göre  $^{16}\text{O}$ 'nin yarıçapı 2.6fm ve  $^{12}\text{C}$ 'nin yarıçapı 2.3fm olarak bulunur. Bu sonuçlar, 3 boyutlu bir sistemde sadece kabaca doğrudur.

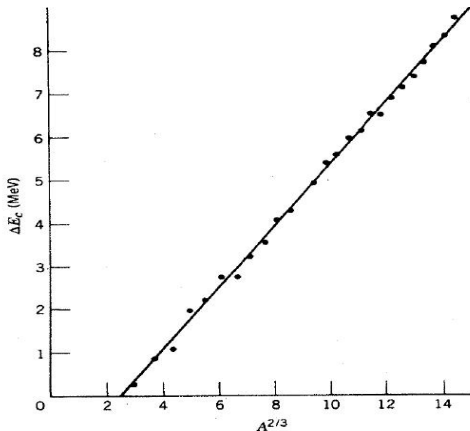




**Şekil 3.5** Elektron saçılma deneylerinden elde edilen rms çekirdek yarıçapları. Doğrunun eğimi  $R_0 = 1,23 \text{ fm}$ 'dir. (Doğru, deneysel değerler ile tam olarak uyum içinde değildir,  $R = R_0 A^{1/3}$  denklemini sağlaması için başlangıç noktasına kaydırılmıştır.) Hata çubuklarını noktaların büyüklüklerinden tipik olarak daha küçüktür ( $\pm 0,01 \text{ fm}$ ). Daha geniş bir veri ve referans listesi, C. W. de Jager et al. *Atomik Data and Nuclear Data Tables* **14**, 479 (1974)' de bulunabilir.

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

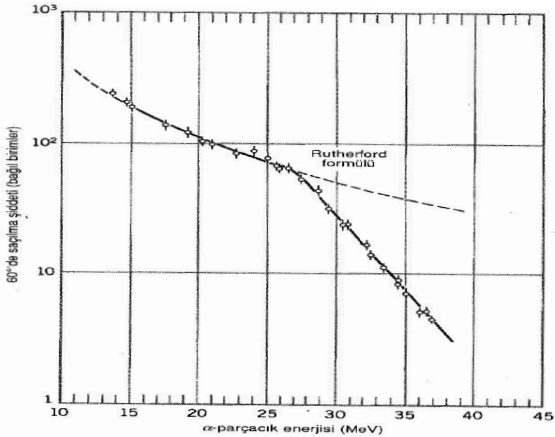
- 1 Yukarıdaki figürde, yarıçap ile kütle numarası arasındaki ilişki elektron saçılma deneyiyle verilmiştir. Yarıçapın karesinin ortalamasının karekökü  $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ , saçılan elektronun dağılımından doğrudan çıkarılabilir. R yarıçaplı düzgün küre için  $\langle r^2 \rangle = 3/5 R^2$  dir. Doğrunun eğimi bize  $R_o = 1.23\text{fm}$ 'yi verir.
- 2 Bizi yarıçapa götüren bir diğer yöntem ise **ayna çekirdekleri** ve onlar arasındaki Coulomb enerji farkının hesaplanması yöntemidir.
- 3  $E_c = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q^2}{R}$  R yarıçaplı düzgün bir kürenin Coulomb enerjisi iken, iki ayna çekirdek arasındaki enerji farkı ise:
- 4  $\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o R} (Z^2 - (Z - 1)^2)$   
Burada  $A = 2Z - 1$  ve  $R = R_o A^{1/3}$ 'dir. Yani  $\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o R_o} A^{2/3}$ 'dir.



Şekil 3.10 Ayna çekirdeklerin Coulomb enerji farkları. Değerler beklenildiği gibi  $A^{2/3}$  bağımlılığı gösterir, doğrunun eğimi  $R_0 = 1,22$  fm'dir.

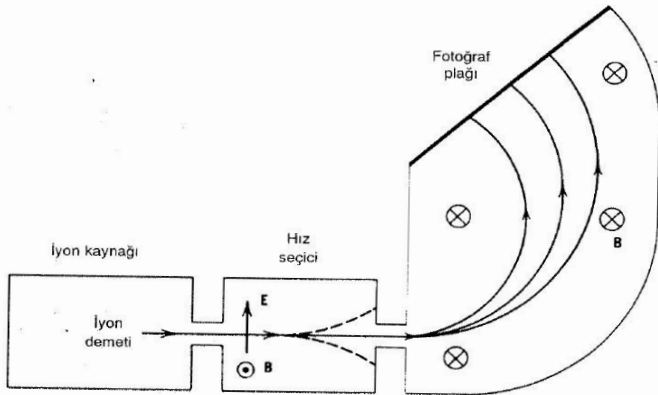
► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

Nükleer maddenin büyüklüğünü ölçmek için yapılan bir deneyde  ${}^4\text{He}$  parçacığının  ${}^{197}\text{Au}$  hedef çekirdeği üzerine gönderilmesidir. Bilindiği gibi her iki parçacık arasındaki mesafe eğer yarıçapları toplamından büyükse aralarında bir nükleer etkileşme olmayacaktır. Bu durumda sadece Coulomb etkileşimi mevcuttur. Eğer gelen  $\alpha$  parçacığının enerjisi arttırılırsa parçacıklar nükleer kuvvetlerin etkili olacağı kadar birbirlerine yaklaşır. Bu durumda artık **Rutherford Saçılma Formülü** geçerli değildir.



**Şekil 3.11** Rutherford saçılma formülünün aşağı doğru kırılması. Gelen  $\alpha$  parçacığı Pb hedef çekirdeğe nükleer kuvvetlerle etkileşecekleri kadar yaklaştığı zaman (Coulomb kuvvetine ek olarak) Rutherford formülü artık geçerli değildir. Kırılmanın meydana geldiği nokta çekirdeğin büyüklüğünün bir ölçüsüdür. Bu değerler  $\alpha$  parçacığı saçılmasıyla ilgili bir derlemeden alınmıştır, R. M. Eisberg and C. E. Porter, *Rev. Mod. Phys.* **33**, 190 (1961).

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)



**Şekil 3.13** Kütle spektrografının şematik diyagramı . Bir iyon kaynağı termal hız dağılımına sahip bir demet üretir. Bir hız seçicisi yalnız özel bir hıza sahip iyonları geçirir (diğerleri saptırılır) ve düzgün bir manyetik alan tarafından gerçekleştirilen momentum seçimi tek tek kütlelerin belirlenmesini sağlar.

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

Özellikle izotopların kütlelerini birbirinden  $10^{-6}$  duyarlılıkla ayıran sistemlere **kütle spektroskopu** denirken, eğer birbirinden ayrılan bu kütleler bir fotoğraf plağı üzerine düşürülürse **kütle spektrografı** adını alır.

Bütün kütle spektroskopları, iyonlaşmış atom veya molekül demeti üreten bir **iyon kaynağı** bulundurur. İnceleme altındaki **materyalin buharı**, **iyon** oluşturmak için elektronlarla bombardıman edilir; diğer durumlarda **iyonlar**, materyal ile kaplı elektronlar arasında bir yük boşalımı ile meydana gelir.

Kütle spektrografı için formüller:

$$① \vec{F} = q\vec{E} = qv\vec{B} \text{ ve } v = \frac{E}{B}$$

$$② mv = qBr \text{ yani: } r = \frac{mv}{qB} \text{ ve } m = \frac{qrB^2}{E}$$

★ Bir **atomik kütle birimi (u)** atomik ve moleküler derecede kütleyi belirtmek için kullanılan bir ölçü birimidir. Referans olarak doğal  $^{12}\text{C}$  atomunun kütlesinin 12'de 1'i baz alınmıştır.

$$1u = \frac{m(^{12}\text{C})}{12} = 1.660538921(73) \times 10^{-27}\text{kg}$$

Birkaç örnekle bunu genişletecek olursak;

$$m(^{14}\text{N}) \approx 14.003074u, \quad m(^3\text{H}) \approx 3.016049u,$$

$$m(^1\text{p}) \approx 1.00782503u, \quad m(^1\text{n}) \approx 1.00866491600u,$$

$$m(^0_{-1}\text{e}) \approx 0.00054858u$$

Burada dikkat edilmesi gereken, çekirdeğin kütle numarası(A) ve kütlesi birbirinden farklı kavramlardır.



★ Şimdide çekirdeklerin kütlelerini bulabileceğimiz yaygın iki yöntemden bahsedelim. Bunlardan ilki **kütle ikilisi** yöntemi, diğeri reaksiyon enerjisini (**Q değeri**) kullandığımız yöntemdir.

- 1 **Kütle İkilisi Yöntemi:** Kütle numaraları aynı olan  $C_9H_{20}$  ve  $C_{10}H_8$  bileşiklerini aldığımızı ve bunlar arasındaki gerçek kütle farkını  $\Delta = 0.09390032 \pm 0.00000012u$  olarak kütle spektrografıyla ölçtüğümüzü varsayalım.

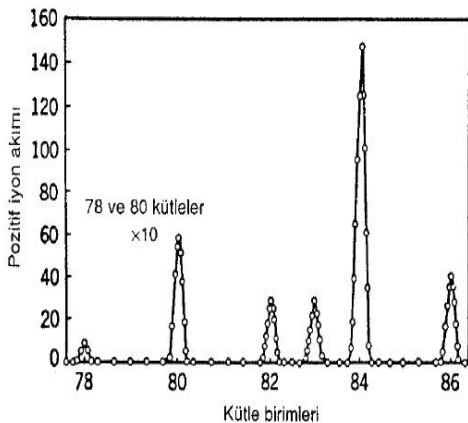
$$\Delta = m(C_9H_{20}) - m(C_{10}H_8) = 12m(^1H) - m(^{12}C)$$

$$m(^1H) = \frac{1}{12}[m(^{12}C) + \Delta] = 1.00782503 \pm 0.00000001u$$

- 2 Dikkat edilirse referans olarak tayin edilen  $^{12}C$ 'nin kütlesi kullanılarak burdan  $^1H$ 'nin kütlesine ulaşılmıştır.

- 1 ★ **Çekidek Reaksiyon Enerjisi yöntemi:** Genel olarak  $x + X \rightarrow y + Y$  olarak yazılabilecek bir çekirdek reaksiyonunda, **reaksiyonun Q değeri** olarak bilinen enerji şöyle yazılır:
- 2  $Q = [m(x) + m(X) - m(y) - m(Y)]c^2$
- 3 Bu şunu beraberinde getirirki; eğer reaksiyonun enerjisini ölçebilirsek, yukardaki kütle farkı denkleminde bilinmeyen çekirdeğin kütlesine ulaşabiliriz. Örneğin,

$$m(y) = m(x) + m(X) - m(Y) - \frac{Q}{c^2}$$



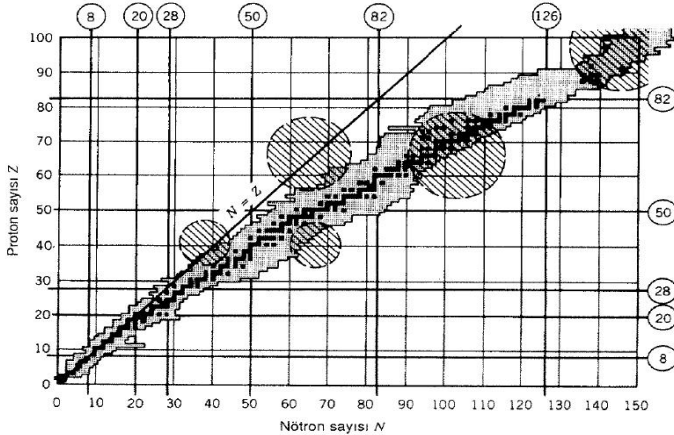
Şekil 3.14 Kriptonun bir kütle-spektrum analizi. 78 ve 80 kütle konumlarındaki piklerin ordinatları diğerlerine göre doğru yerlerinde olması için 10'a bölünmelidir.

- 1 **Çekirdek Bolluk Oranlarının Bulunması:** Yukarıdaki grafik bize kütle spektrometresi ile  ${}_{36}Kr$  çekirdeğinin farklı izotoplarının bağıl bolluk oranlarını göstermektedir. Her pik altındaki alanların oranlanması sonucu biz bu yüzdelerle dilimlere ulaşabiliriz. Sonuç olarak,

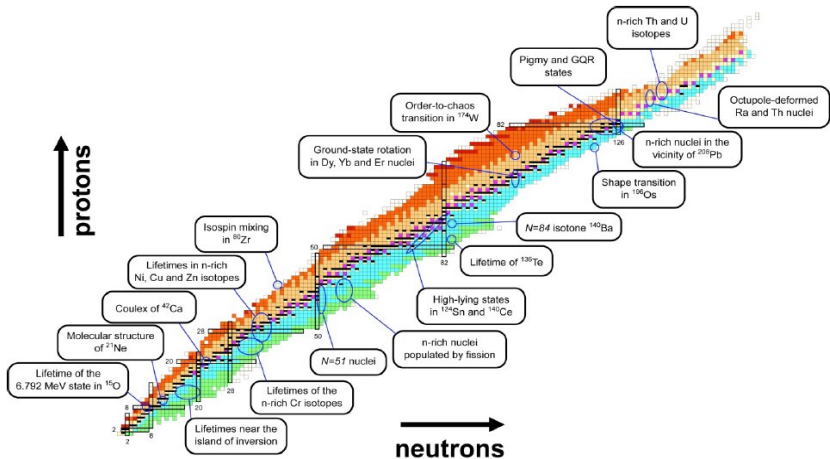
${}^{78}Kr$  %0.356,  ${}^{80}Kr$  %2.27,  ${}^{82}Kr$  %11.6,  ${}^{83}Kr$  %11.5,  ${}^{84}Kr$  %57.0 ve  ${}^{86}Kr$  %17.3 olarak bulunur.

- 2 Genel olarak kabul gören ve kimyada periyodik tabloda verilen Kripton'un kütlesi ise bu 6 izotoptan elde edilen **ortalama kütle**'dir.

$$\star m_{ort} = \frac{0.356}{100}m({}^{78}Kr) + \dots = 83.8u$$



**Şekil 5.24** Çapraz taranmış alanlar kapalı kabuklardan uzak bölgeleri göstermektedir. Buralarda bir çok tek-parçacık kabuk-modeli durumlarının ortak etkilerinin kalıcı bir nükleer deformasyon oluşturmak üzere birleşebileceklerini bekleriz. Bu tür deforme çekirdekler taralı alanların bilinen çekirdeklerle üstüste bindiği tüm bölgelerde bulunur.



**Figure 3.** Visual summary of the first experimental campaign of the AGATA Demonstrator, performed at the Laboratori Nazionali di Legnaro, Italy.



### 1 Bağlanma Enerjisi:

$$2 \quad m_A c^2 = Z m_p c^2 + N m_n c^2 + Z m_e c^2 - \sum_{i=1}^Z B_i$$

$$3 \quad B = [(Z m_p + Z m_e) + N m_n - m({}_Z^A X)] c^2 = [Z m({}_1^1 H) + N m_n - m({}_Z^A X)] c^2$$

$$4 \quad c^2 \text{ is } 931.5 \text{ MeV/u iken "kütle eksikliği" } \Delta = (m - A) c^2 \text{ dir.}$$

### 5 Nötron Ayrılma Enerjisi:

$$6 \quad S_n = B({}_Z^A X_N) - B({}_Z^{A-1} X_{N-1})$$

$$7 \quad S_n = [Z m_p + Z m_e + N m_n - m({}_Z^A X)] c^2 - [Z m_p + Z m_e + (N - 1) m_n - m({}_Z^{A-1} X)] c^2$$

$$8 \quad S_n = [m({}_Z^{A-1} X) + m_n - m({}_Z^A X)] c^2$$



1 Proton Ayrılma Enerjisi:

2 
$$S_p = B({}_Z^A X_N) - B({}_{Z-1}^{A-1} X_N)$$

3 
$$S_p = [Zm_p + Zm_e + Nm_n - m({}_Z^A X)]c^2 - [(Z-1)m_p + (Z-1)m_e + Nm_n - m({}_{Z-1}^{A-1} X)]c^2$$

4 
$$S_p = [m({}_{Z-1}^{A-1} X) + m_p + m_e - m({}_Z^A X)]c^2 = [m({}_{Z-1}^{A-1} X) + m({}_1^1 H) - m({}_Z^A X)]c^2$$



**Tablo 3.1** Bazı Kütle Eksiği ve Ayrılma Enerjileri

| Çekirdek          | $\Delta$ (MeV) | $S_n$ (MeV) | $S_p$ (MeV) |
|-------------------|----------------|-------------|-------------|
| $^{16}\text{O}$   | -4,737         | 15,66       | 12,13       |
| $^{17}\text{O}$   | -0,810         | 4,14        | 13,78       |
| $^{17}\text{F}$   | +1,952         | 16,81       | 0,60        |
| $^{40}\text{Ca}$  | -34,847        | 15,64       | 8,33        |
| $^{41}\text{Ca}$  | -35,138        | 8,36        | 8,89        |
| $^{41}\text{Sc}$  | -28,644        | 16,19       | 1,09        |
| $^{208}\text{Pb}$ | -21,759        | 7,37        | 8,01        |
| $^{209}\text{Pb}$ | -17,624        | 3,94        | 8,15        |
| $^{209}\text{Bi}$ | -18,268        | 7,46        | 3,80        |

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

Yukarıdaki tablo bize kütle eksikliği, nötron ve proton ayrılma enerjisi niceliklerinin bazı çekirdek ve izotoplar için örneklerini göstermektedir. Burada özetle, aynı atom fiziğinde elektronlar için söylenile geldiği gibi, bu seferde çekirdek içindeki değerlik nükleonların bağlanma enerjileri hakkında **kabuk yapısına** benzer bir yapı gözlemlendiği yorumu yapılabilir.

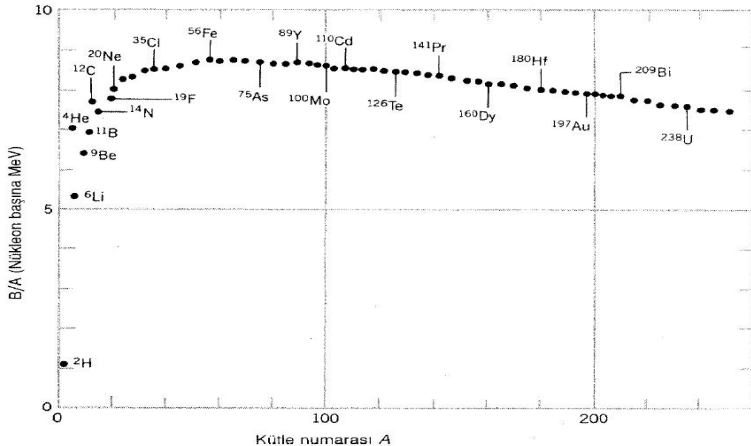


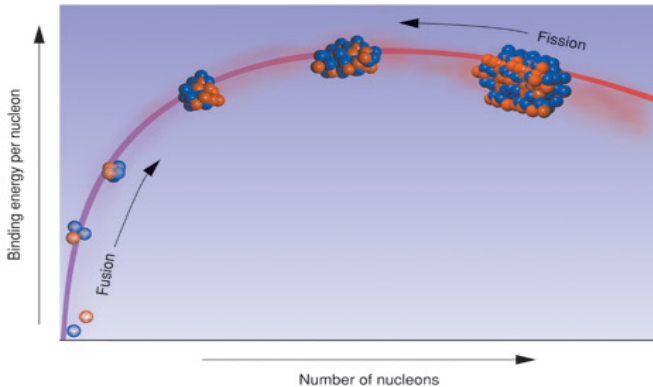
Figure: Nükleon Başına Bağlanma Enerjisi

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

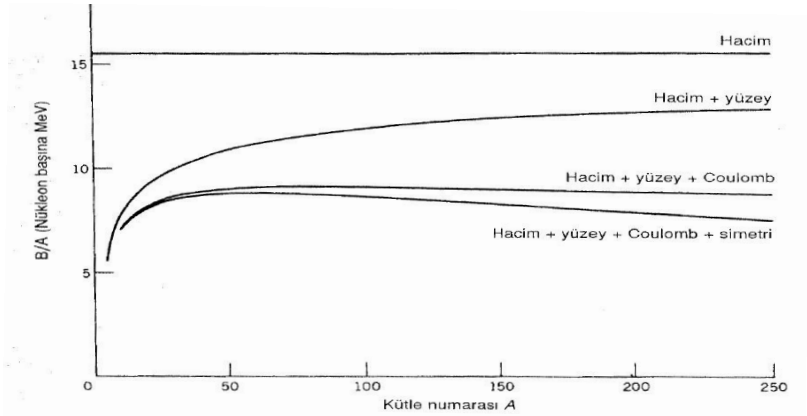
Yapılan sistematik çalışmalarda,  $B/A$  olarak gösterilen nükleon başına bağlanma enerjisinin nükleon sayısı  $A$ 'nın bir fonksiyonu olduğu görülmüştür. Yukarıdaki grafik dikkatli analiz edildiğinde göze çarpan belli noktalar vardır:

- 1 Eğri çok hafif çekirdekler dışında yaklaşık olarak **8MeV** civarında sabittir.
- 2  $A=60$  civarında ise eğri maximuma ulaşır ve çok kararlı çekirdekleri temsil eder. Bu maximum değere  $A < 60$  için nükleer füzyon yada  $A > 60$  bölgesinde nükleer fisyon ile ulaşılabiliriz.

Bağlanma enerjisi eğrisini anlamak, bizi **yarıampirik kütle formülü**'ne götürür. Sırada bunu inceleyeceğiz.



**Figure:** Nükleon başına bağlanma enerjisinin kütle numarasıyla değişiminin fisyon ve füzyon ile ilişkisi



Şekil 3.17 Yarıempirik kütle formülündeki çeşitli terimlerin nükleon başına bağlanma enerjisine katkıları

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

- ① Toplam bağlanma enerjisi:

$$B = a_h A - a_y A^{\frac{2}{3}} - a_c Z(Z - 1) A^{-\frac{1}{3}} - a_{sim} \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta$$

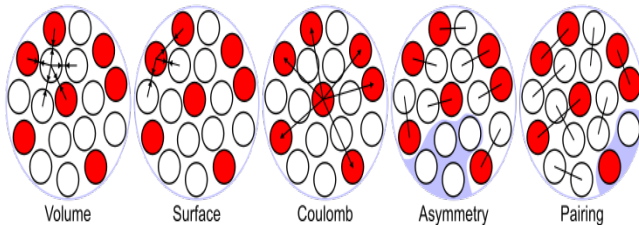
- ② Yarıampirik kütle formülü:

$$M(Z, A) = Zm(^1H) + Nm_n - \frac{B(Z, A)}{c^2}$$

Bu formüldeki her terim toplam bağlanma enerjisine bir şekilde katkıda bulunarak bize **B/A** eğrisini vermektedir. Bu eğri kullanılarak bulunan sabit katsayılar ise  $a_h = 15.5MeV$ ,  $a_y = 16.8MeV$ ,  $a_c = 0.72MeV$ ,  $a_{sim} = 23MeV$ ,  $a_{cift} = 34MeV$  olarak bulunur.

Bir önceki slayttaki figür, bize bu terimlerin toplam bağlanma enerjisine bireysel etkilerini göstermektedir.

Nükleer bağlanma enerjisini oluşturan terimlerin şematik gösterimi:







- ① **Hacim Terimi:** Eğer her nükleon diğer **tüm nükleonlarla** etkileşseydi, istatistiksel olarak bağlanma enerjisi  $A(A - 1)$  ile orantılı değişecekti; fakat, **B**'nin **A** ile değişmesi bize çekirdek içindeki nükleonların sadece en yakın **komşu nükleonlar** ile etkileştiğini söyler.

Daha önceden bahsettiğimiz gibi çekirdek yoğunluğunun çekirdek içinde kabaca sabit olduğunu söyledik. Dolayısıyla, her nükleonun bağlanma enerjisine katkısı aynıdır, bu ise nükleonların yaklaşık aynı sayıda komşu nükleona sahip olmasından ileri gelir.

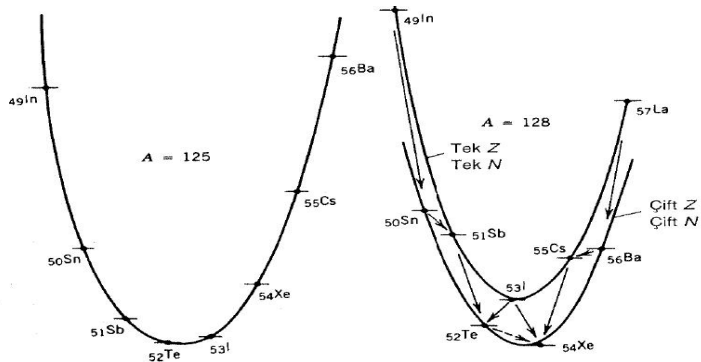


- 1 Yüzey Terimi:** Hacim teriminin aksine yüzeyde bulunan nükleonların çekirdekilere kıyasla daha az nükleonla etkileşimde bulunduğu söylenmiş. Bu ise daha az bağlanma enerjisi demektir.
- 2 Coulomb Terimi:** Coulomb itme kuvveti, adınında belirttiği gibi protonlar arasında bir itme kuvveti oluşturup çekirdeğin dağılmasına katkıda bulunmaya çalışacaktır, yani bağlanma enerjisini azaltacaktır.
- 3 Simetri Terimi:** Kararlı ve radyoaktif izotoplar incelendiğinde çekirdeklerde  $Z \cong A/2$  olduğu gözlenmiştir. Bu bize neden yüzlerce nötronlu bir Hidrojen çekirdeği olamayacağı hakkındada bir ipucu vermektedir. Ağır çekirdeklerde bu terim önemini kaybeder, çünkü Coulomb itme kuvvetindeki hızlı artış çekirdekteki denge için ilave nötronlar gerektirir.  $((N - Z)^2$  ile orantılı)



- 1 **Çiftlenim Terimi:** Tek sayılı (A) nükleonlar için  $\delta = 0$ , çift N ve Z için  $a_{cift}A^{-\frac{3}{4}}$ , tek N ve Z için  $-a_{cift}A^{-\frac{3}{4}}$  alınır. Bu etkiye doğada kanıt olarak yalnız 4 tane tek N ve Z'li  ${}^2H, {}^6Li, {}^{10}B, {}^{14}N$  çekirdek varken; 167 tane çift N ve Z'li çekirdek vardır.
- 2 Burada açıklanan tüm bu terimler aslında Sıvı Damlası ve Kabuk Modeli gibi çekirdek modellerinin açıklanmasına ışık tutar.
- 3 Yarıampirik kütle formülü bize sabit bir A için M'nin Z'ye göre parabolünü verir.  $\frac{\partial M}{\partial Z} = 0$  ise bize parabolün minimumunu verir:

$$Z_{min} = \frac{[m_n - m({}^1H)] + a_c A^{-1/3} + 4a_{sim}}{2a_c A^{-1/3} + 8a_{sim} A^{-1}}$$



**Şekil 3.18**  $A=125$  ve  $A = 128$  için kütle zincirleri.  $A = 125$  için komşu izotoplar arasındaki enerji farklarının minimum enerjideki kararlı izotoptan uzaklaşırken nasıl arttığına dikkat ediniz.  $A = 128$  için çiftlenim teriminin etkisine, özellikle  $^{128}\text{In}$ 'nin her iki yönde bozulduğuna ve  $^{128}\text{Te}$ 'nin çift  $\beta$  bozunumu olarak bilinen olayla doğrudan  $^{128}\text{Xe}$ 'ye bozunabilmesinin enerjik olarak da mümkün olduğuna dikkat ediniz.

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

Nükleer potansiyelin merkezi olması durumunda her nükleon  $\ell$ ,  $s$  ve  $j$  kuantum sayılarıyla temsil edilebilir.  $A$  nükleonlu bir çekirdeğin toplam açısal momentumu tüm nükleonların açısal momentumlarının vektörel toplamıdır ve  $\vec{I} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 + \dots + \vec{j}_n$  ile gösterilir. Bu ifadeye **nükleer spin** denir. Burada dikkat edilmesi gereken **değerlik nükleonu** çekirdeğin özelliğini belirlemektedir. Eğer bir tek nükleonu dışında, diğer bütün nükleonları çiftlenmiş bir çekirdeği düşünürsek, bu bize  $I = j_1 = j$  olan özel bir durumu verir. Ve bu tek kalmış nükleon çekirdeğin spinini belirleyecektir.

Açısal momentumla ilgili birçok kavramda çekirdek  $I$  açısal momentumuna sahip **tek bir parçacık** gibi davranır. Eğer bu çekirdek manyetik alana konulursa **Normal Zeeman Olayı**'ndaki gibi nükleer spin  $2I+1$  tane alt durumlara ayrılır. Bu yüzden  $m_I$  manyetik kuantum sayısı  $-I, \dots, +I$  arasında değişir.

$$\textcircled{1} \quad |\vec{I}^2| = \hbar^2 I(I+1), \quad |\vec{I}_z| = m_I \hbar, \quad \text{ve } m_I = -I, \dots, +I$$

$$\textcircled{2} \quad |\vec{J}^2| = \hbar^2 j(j+1), \quad |\vec{j}_z| = m_j \hbar, \quad \text{ve } m_j = -j, \dots, +j$$

- 1 Yalnız çekirdekdeki nükleonlar, atomdaki elektronlara kıyasla çok büyük bir kuvvetle birbirlerine bağlı olduğundan aşağıdaki gibi manyetik alan spin ve orbital momentleri  $2s+1$  ve  $2\ell + 1$  alt durumlara ayıramaz.
- 2  $|\vec{S}^2| = \hbar^2 s(s + 1)$ ,  $|\vec{s}_z| = m_s \hbar$ , ve  $m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$
- 3  $|\vec{L}^2| = \hbar^2 \ell(\ell + 1)$  ve  $|\vec{l}_z| = m_\ell \hbar$ , ve  $m_\ell = -\ell, \dots, +\ell$
- 4  $\vec{j} = \vec{s} + \vec{\ell}$  ve  $\vec{m}_j = \vec{m}_s + \vec{m}_\ell$  vektörel toplamlardır.

Eğer  $\ell + s$  bize daima buçuklu değerler veriyorsa tek A nükleonlu çekirdeklerin çekirdek spinini(I)'de buçuklu olacaktır. Çift A nükleonlu çekirdeklerin toplam spinini ise tam sayı değerleri alır.

Yukardada belirtildiği gibi çift A sayılı çekirdeklerdeki nükleonların çiftlenim oluşturması bağlanma enerjisinde gördüğümüz **çiftlenim terimine** bir ispat teşkil eder.

**Parite:** Parite, aslında matematikte koordinat sisteminin işaretini yani yönünü değiştiren bir değişim operatörüdür. Quantum fiziğinde ise karşımıza genelde uzaysal koordinat sistemlerinde  $\psi(x)$ 'den  $\psi(-x)$ 'e dönüşüm örneğinde çıkar. C.S. Wu tarafından yapılan meşhur deney  $\beta$  ışınmasında **paritenin korunmadığı** gösterilmiştir. Paritenin matrix gösteriminin determinantı her boyutta -1'e eşitken, koordinatlarda yapılan rotasyon işleminde determinant 1'e eşittir.



Çekirdeğin paritesi bulunurken ise toplam spinden farklı olarak tek kalmış nükleonların tek tek spinleri çarpılarak toplam pariteye ulaşılır.

$\pi = \pi_1 \pi_2 \dots$  buradaki herbir pariteye ise tek kalan nükleonun sahip olduğu  $(-1)^{\ell+1}$  teriminin değerinden ulaşılır. Nükleonun bulunduğu orbitale göre  $\ell$  değerleri s için 0, p için 1, d için 2, f için 3, ... şeklinde değişir. Pariteyi de çekirdeğin spini gibi sahip olduğu başka bir **genel özellik** olarak kabul edebiliriz ve  $I^\pi$  şeklinde pozitif veya negatif olarak  $I^+$  veya  $I^-$  şeklinde gösterilir.

Nükleonları bir arada tutan nükleer etkileşmeyi incelerken zayıf kuvvetler kapsamına giren **elektromanyetik** etkileşmeden faydalanılır. Böylelikle çalışmalarda nükleer etkileşmeyi saptıracak herhangi bir dış kuvvete mahal verilmez.

Bir sistemdeki yük dağılımı uzaklıkla karakteristik olarak değişir. Bu yük ve bundan dolayı oluşan akım dağılımı **elektromanyetik momentler** ile gösterilir. Doğa, çekirdeklerin manyetik özelliklerinin belirlenmesinde, manyetik momentlerden en düşük mertebeli multipol momenti seçer.

Bütün tek pariteli statik multipol momentler sıfır olmalıdır. Hatırlanacağı gibi elektrik moment ve manyetik momentler için parite değerleri sırasıyla  $\pi = (-1)^\ell$  ve  $\pi = (-1)^{\ell+1}$  ifadeleriyle bulunuyordu. Eğer bunu farklı orbitaller için bir tabloya dökersek:

| Orbital        | $\pi = (-1)^\ell$ | Moment için isimlendirme / Değeri  | $\pi = (-1)^{\ell+1}$ | Moment için isimlendirme / Değeri |
|----------------|-------------------|------------------------------------|-----------------------|-----------------------------------|
| $\ell = 0$ , s | +                 | Elektrik Monopol Moment $\neq 0$   | —                     | Manyetik Monopol Moment = 0       |
| $\ell = 1$ , p | —                 | Elektrik Dipol Moment = 0          | +                     | Manyetik Dipol Moment $\neq 0$    |
| $\ell = 2$ , d | +                 | Elektrik kuadropol Moment $\neq 0$ | —                     | Manyetik kuadropol Moment = 0     |
| $\ell = 3$ , f | —                 | Elektrik Oktupol Moment = 0        | +                     | Manyetik Oktupol Moment $\neq 0$  |
| $\ell = 4$ , g | +                 | Elektrik ... Moment $\neq 0$       | —                     | Manyetik ... Moment = 0           |

**Table:** Yukarıda + ile gösterilen işaretli alanlar, multipol momentlerin sıfır olmadığı durumları işaret eder, geri kalan negatif işaretliler ise yine yukarıda belirtilen, değerleri sıfır olan tek pariteli durumları göstermektedir.

Değeri sıfır olmayan ilk moment olan Monopol elektrik momentin tam olarak değeri **Ze** net nükleer yüküdür. **Bir sonraki sıfırdan farklı moment manyetik dipol momenttir ( $\mu$ )**. Ve bu manyetik dipol moment hem **orbital** hemde **spin** bileşeni içerir. Yani  $\mu_{toplam} = \mu_l + \mu_s$  şeklinde bulunur. Genel anlamda, bir  $I$  akımı taşıyan ve  $A$  alanına sahip dairesel akım halkası  $|\mu| = IA$  manyetik momentine sahiptir. Burada  $A = \pi r^2$  ve  $I = q/t$ 'dir.

$$\mu = \left(\frac{q}{\vartheta}\right)A = \frac{q}{\left(\frac{2\pi r}{\vartheta}\right)}(\pi r^2) = \frac{q\vartheta r}{2} = \frac{q\vartheta r}{2} \frac{m}{m} = \frac{e}{2m} |\vec{\ell}|$$

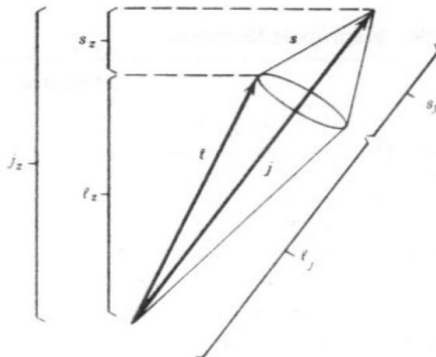
Burada  $\vec{\ell}$  klasik açısal momentumdur. Kuantum mekaniksel değeri içinse z eksenine göre maximum bileşenden  $m_\ell = +\ell$  alındığında  $|\vec{\ell}| = m_\ell \hbar = \ell \hbar$  olur. Buradaki  $\ell$ , açısal momentum kuantum sayısıdır. Dolayısıyla  $\mu = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right)\ell$  olur.

Yukarıda belirtilen  $\mu = \frac{e\hbar}{2m}$  ifadesine genel olarak **manyeton** denir. Eğer  $m = m_e$  ise **Bohr manyetonu**  $\mu_B = 5.7884 \times 10^{-5} eV/T$ , eğer  $m = m_p$  ise **nükleer manyeton**  $\mu_N = 3.15254 \times 10^{-8} eV/T$  adını alır. Burada dikkat edilecek nokta  $\mu_N \ll \mu_B$  ilişkisidir. Bu maddenin manyetik etkileşmesinin, **atomik manyetizma**(ferromanyetizma) tarafından belirlendiğini, **nükleer manyetizmanın** ise maddeye çok ufak etkisinin olduğu bilinir.

**Yörüngesel manyetik dipol moment** kısmı olan  $\mu_\ell = g_\ell \mu_N$  için,  $g_\ell$  proton için 1 ve nötron için 0 olur. Yani, **nötron** için yörüngesel bir hareket yoktur. **Spin manyetik dipol moment** olan  $\mu_s = g_s \mu_N$  için, teoride,  $g_s$  1/2 spinli bir nokta parçacık için (elektron gibi) Dirac formülünden 2 bulunur. Beklenen  $g_s$  değeri nötron için 0 ve proton için deneysel değerinden 3.6 kat ufaktır. Deneysel olarak ise; elektron için  $g_s = 2.0023$ , proton için  $g_s = 5.5856912 \pm 0.0000022$ , nötron için  $g_s = -3.8260837 \pm 0.0000018$  olarak bulunmuştur.

► Nötr olan nötronun bir manyetik momente sahip olması, onun iç yapısının yüklü kuarklardan oluştuğunun aslında bir ispatıdır. Nükleonların iç yapısını oluşturan yüklü parçacıkların oluşturduğu akımlar gözlenen manyetik momentleri verir. Proton ve nötronun beklenen ve ölçülen  $g_s$  değerleri arasındaki farkın ikisi içinde yakın olması, onları oluşturan pozitif ve nötr ile negatif ve nötr **mezon** bulutlarının eşit ve zıt katkılarıyla açıklanabilir. Sonuç olarak; nükleonların 3 kuarktan oluştuğu ve bunların toplam manyetik momentlerinin nükleon manyetik momentlerini verdiği görülmüştür.

Toplam manyetik dipol momentin **beklenen değeri**nin bulunması:



**Figure:**  $\mathbf{j}$  toplam açısal momentum z eksenini etrafında  $j_z$  sabit kalacak şekilde presesyon hareketi yaparken  $\ell$  ve  $\mathbf{s}$  vektörleri  $\mathbf{j}$  etrafında presesyon hareketi yapar.  $\ell$  ve  $\mathbf{s}$ 'nin  $\mathbf{j}$  boyunca bileşenleri sabit kalır, fakat  $\ell_z$  ve  $s_z$  değişir.

Öncelikle bazı beklenen değerleri ve eşitlikleri öğrenmeliyiz.

$l_z = m_\ell \hbar$ ,  $s_z = m_s \hbar$ ,  $j_z = m_j \hbar$  Buradaki manyetik kuantum sayıları  $m_\ell = +\ell, \dots, -\ell$ ,  $m_s = +1/2, -1/2$  ve  $m_j = +j, \dots, -j$  değer aralıklarına sahiptir. Gözlenebilme açısından bu değerlerden en büyükleri alınır. Sonuç olarak, maximum değerler  $m_\ell = \ell$ ,  $m_s = s$  ve  $m_j = j$  kullanılırken;  $l_z = \ell \hbar$ ,  $s_z = s \hbar$ ,  $j_z = j \hbar$  değerleride beklenen değerler olarak kullanılır. Büyüklük olarak  $|\vec{l}|^2 = \hbar^2 \ell(\ell + 1)$ ,  $|\vec{s}|^2 = \hbar^2 s(s + 1)$  ve  $|\vec{j}|^2 = \hbar^2 j(j + 1)$  kullanılır. Vektörel toplam olarak ise  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$  dir. Bu toplam bize  $j^2 = \ell^2 + 2\ell s + s^2$  ve ordanda  $\ell s = 1/2(j^2 - \ell^2 - s^2)$  ifadesini buldurur.

Eğer beklenen değerler yerine konulursa fizikte çok işe yarayan  $\langle \ell s \rangle = \frac{\hbar^2}{2} [j(j + 1) - \ell(\ell + 1) - s(s + 1)]$  beklenen değerine ulaşırız.



Yukarıdaki açısal momentum figüründende dikkat edileceği gibi, vektörlerin prosesyon hareketi sırasında  $\ell_z$  ve  $s_z$  sürekli büyüklükçe ve yönce değişirken; onların  $\vec{j}$  vektörü üzerindeki izdüşümleri ( $\ell_j$  ve  $s_j$ ) ve  $\vec{j}$  vektörünün kendisi değişmez. Bu yüzden toplam manyetik dipol momentin beklenen değeri  $j$  kuantum sayısı cinsinden bulunmalıdır. Öyleyse büyüklükçe değişmeyen  $s$ 'nin  $j$  boyuncaki bileşeni  $s_j$  bulunmalıdır.  $j$  boyunca birim vektör  $\frac{\vec{j}}{|\vec{j}|}$  ve

$s$ 'nin  $j$  boyuncaki bileşeni  $\frac{|\vec{s}\vec{j}|}{|\vec{j}|}$  olduğuna göre

$\vec{s}\vec{j} = \frac{\vec{j}}{|\vec{j}|} \frac{|\vec{s}\vec{j}|}{|\vec{j}|} = \frac{\vec{j}}{|\vec{j}|^2} |\vec{s}\vec{j}| = \frac{\vec{j}}{|\vec{j}|^2} |\vec{s}(\vec{\ell} + \vec{s})|$  olur.  $s_z = s\hbar$  ve önceden bulunan  $\langle \ell s \rangle$  beklenen değer ifadesiyle  $\langle s_z \rangle$  beklenen değeri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\langle s_j \rangle = \left[ \frac{\vec{j}}{j(j+1)\hbar^2} \right] \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) + s(s+1)]$$

$$\langle s_z \rangle = \frac{\vec{j}\hbar}{j(j+1)} \frac{1}{2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) + s(s+1)]$$

### Toplam manyetik dipol moment

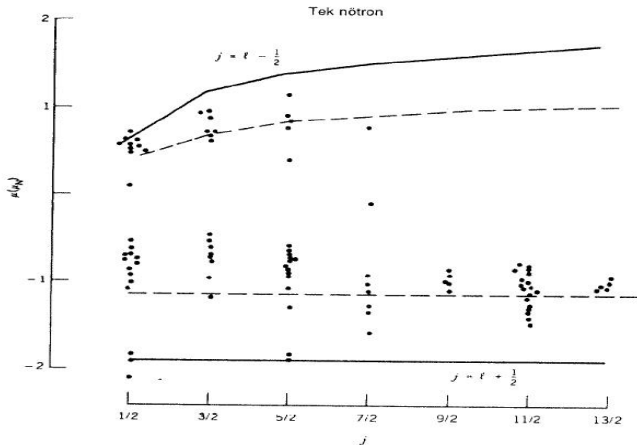
$\mu = \mu_\ell + \mu_s = \mu_N(g_\ell \ell + g_s s) = \frac{\mu_N}{\hbar}(g_\ell \ell_z + g_s s_z)$ 'dir.  $\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$  ve  $\frac{\ell_z}{\hbar} = \frac{j_z}{\hbar} - \frac{s_z}{\hbar}$  kullanılırsa,  $\mu = \frac{\mu_N}{\hbar}[g_\ell j_z + s_z(g_s - g_\ell)]$  elde edilir.  $j_z$  yerine  $j\hbar$  ve  $s_z$  yerinde  $\langle s_z \rangle$  beklenen değeri kullanılarak  $\langle \mu \rangle$  beklenen değerine ulaşılabılır.

$\langle \mu \rangle = \mu_N[g_\ell j + \frac{(g_s - g_\ell)\langle s_z \rangle}{\hbar}]$ . Bu değer mevcut spin yöneliminin doğurduğu  $j = \ell + \frac{1}{2}$  ve  $j = \ell - \frac{1}{2}$  durumlarına göre öncelikle  $\langle s_z \rangle$  değerlerinin sırasıyla  $\langle s_z \rangle = \frac{\hbar}{2}$  ve

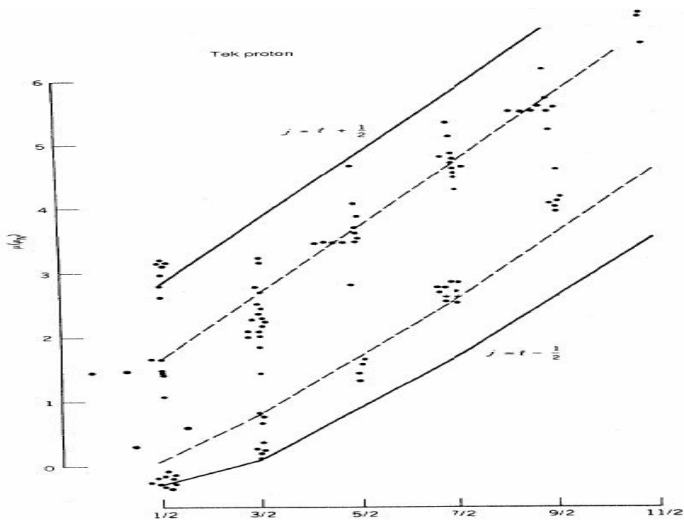
$\langle s_z \rangle = \frac{-\hbar j}{2(j+1)}$  olarak bulunmasıyla iki türlü yeniden yazılabilir:

$$j = \ell + \frac{1}{2} \quad \langle \mu \rangle = \mu_N[g_\ell(j - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}g_s]$$

$$j = \ell - \frac{1}{2} \quad \langle \mu \rangle = \mu_N[g_\ell \frac{j(j + \frac{3}{2})}{j + 1} - \frac{1}{2} \frac{j}{j + 1} g_s]$$



**Şekil 5.9** Tek-nötron ve tek-proton kabuk-model çekirdekleri için manyetik momentlerin deneysel değerleri. Schmidt çizgileri  $g_s = g_s(\text{serbest})$  için kesiksiz,  $g_s = 0,6 g_s(\text{serbest})$  için kesikli çizgi ile gösterilmiştir.



Hesaplanan ve koyu çizgilerle gösterilen bu çizgilere **Schmidt çizgileri** denir. Tek  $A$ 'lı çekirdekler için kabuk modeliyle yapılan hesaplamalar ve deneysel değerlerin tam uyuşmadığı görülür. Nedenlerinden biri ise çekirdek içindeki bir nükleonun  $g_s$  değerinin serbest nükleonunkiyle aynı alınmasıdır. Eğer  $g_s$  değerinin,  $1/2$  spinli temel parçacıklar için beklenen değerinin  $2$ 'den farklı olduğunun hatırlarsak, bu farkın mezon bulutundan kaynaklandığını farsaymıştık. Bu mezon bulutu serbest nükleonlar için farklıdır, buda  $g_s$  değerini azaltır. Bu yüzden yukarıdaki figürdeki kesik çizgi, referans olması için normal hesaplamaların yüzde  $60$ 'ını göstermektedir.

**Değeri sıfır olmayan üçüncü moment ise elektrik kuadropol momenttir.** Bir noktasal yük  $e$ 'nin  $eQ$  kuadropol momentini,  $e(3z^2 - r^2)$ 'ye eşittir. Eğer parçacık küresel simetriyle hareket ederse,  $x^2 = y^2 = z^2 = \frac{r^2}{3}$  olduğu için  $Q=0$  olur. Eğer parçacık  $xy$  düzleminde hareket ederse,  $z=0$  yani  $Q = -r^2$  olur. Eğer  $|\psi|^2$   $z$  eksenini boyunca yoğunlaşmışsa ( $z \cong r$ )  $Q = 2r^2$  olur. Quantum mekaniğinde tek bir proton için kuadropol moment:

$eQ = e \int \psi^*(3z^2 - r^2)\psi dv$  'dir. Bir yörüngesel nötron için ise  $Q=0$ 'dır.

Birçok çekirdek için kuadropol moment, yüzeye yakın yörüngede hareket ettiğini varsaydığımız, ( $r = R_o A^{1/3}$ ), bir değerlik nükleonundan bulunurki  $|eQ| \leq eR_o^2 A^{2/3}$ 'dir. Küresel simetrik yörüngelerde hareket eden nükleonlar **çiftlenim kuvvetinden** ötürü  $Q$ 'ya katkıda bulunmazlar.

► Bu değerler çiftlenim kuvvetine ve nükleer yapıya ışık tutmaktadır.  $Q$  değerlerinin, daha çok tesir kesitinde kullanılan barn birimiyle gösterilebileceğine dikkat ediniz. ( $1b = 10^{-28}m^2$ )

| Çekirdek  | $\mu(\mu_N)$ |
|-----------|--------------|
| n         | -1,9130418   |
| p         | +2,7928456   |
| $^2H(D)$  | +0,8574376   |
| $^{17}O$  | -1,89379     |
| $^{57}Fe$ | +0,09062293  |
| $^{57}Co$ | +4,733       |
| $^{93}Nb$ | +6,1705      |

Bütün değerler nükleer taban durumlarına aittir; son birkaç basamakta belirsizlik vardır. Tam bir liste için V.S.Shirley, *Table of Isotopes* (Wiley: New York, 1978), Appendix VII'e bakınız.

| Çekirdek   | $Q(b)$   |
|------------|----------|
| $^2H(D)$   | +0,00288 |
| $^{17}O$   | -0,02578 |
| $^{59}Co$  | +0,40    |
| $^{63}Cu$  | -0,209   |
| $^{133}Cs$ | -0,003   |
| $^{161}Dy$ | +2,4     |
| $^{176}Lu$ | +8,0     |
| $^{209}Bi$ | -0,37    |

Bütün değerler nükleer taban durumlarına aittir; son birkaç basamakta belirsizlik vardır. Tam bir liste için V.S.Shirley, *Table of Isotopes* (Wiley: New York 1978), Appendix'e bakınız.

► Kaynak: <http://nist.gov/data/PDFfiles/jpcrd85.pdf> Tablonun sol tarafındaki manyetik dipol momentler  $\mu_s = \mu_N(g_s s)$  değerinin  $\mu_N$ 'nin kaç katı olduğunu göstermektedir.

Tablo 5.1 Kabuk Modeli Kuadropol Momentleri

| Kabuk-Modeli Durumu | Hesaplanan Q (tek proton) | Ölçülen Q                    |                             |                            |                            |
|---------------------|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|                     |                           | Tek Parçacık                 |                             | Tek Deşik                  |                            |
|                     |                           | p                            | n                           | p                          | n                          |
| $1p_{3/2}$          | -0,013                    | -0,0366( $^7\text{Li}$ )     |                             | +0,0407( $^{11}\text{B}$ ) | +0,053( $^9\text{Be}$ )    |
| $1d_{5/2}$          | -0,036                    | -0,12( $^{19}\text{F}$ )     | -0,026( $^{17}\text{O}$ )   | +0,140( $^{27}\text{Al}$ ) | +0,201( $^{25}\text{Mg}$ ) |
| $1d_{3/2}$          | -0,037                    | -0,08249( $^{35}\text{Cl}$ ) | -0,064( $^{33}\text{S}$ )   | +0,056( $^{39}\text{K}$ )  | +0,45( $^{35}\text{S}$ )   |
| $1f_{7/2}$          | -0,071                    | -0,26( $^{43}\text{Sc}$ )    | -0,080( $^{41}\text{Ca}$ )  | +0,40( $^{59}\text{Co}$ )  | +0,24( $^{49}\text{Ti}$ )  |
| $2p_{3/2}$          | -0,055                    | -0,209( $^{63}\text{Cu}$ )   | -0,0285( $^{53}\text{Cr}$ ) | +0,195( $^{67}\text{Ga}$ ) | +0,20( $^{57}\text{Fe}$ )  |
| $1f_{5/2}$          | -0,086                    |                              | -0,20( $^{51}\text{Ni}$ )   | +0,274( $^{85}\text{Rb}$ ) | +0,15( $^{67}\text{Zn}$ )  |
| $1g_{7/2}$          | -0,13                     | -0,32( $^{93}\text{Nb}$ )    | -0,17( $^{73}\text{Ge}$ )   | +0,86( $^{115}\text{In}$ ) | +0,45( $^{85}\text{Kr}$ )  |
| $1g_{9/2}$          | -0,14                     | -0,49( $^{123}\text{Sb}$ )   |                             | +0,20( $^{139}\text{La}$ ) |                            |
| $2d_{5/2}$          | -0,12                     | -0,36( $^{121}\text{Sb}$ )   | -0,236( $^{91}\text{Zr}$ )  |                            | +0,44( $^{111}\text{Cd}$ ) |

Bu tablo için veriler esas olarak V.S. Shirley'in *Table of Isotopes*, 7'nci baskı (New York: Wiley, 1978)'deki derlemesinden çıkarılmıştır. Değerlerin son anlamlı basamaklarında belirsizlikler mevcuttur.



Kabuk modeli kuadruopol momentlerini gösteren yukarıdaki figürdeki hesaplanan  $Q_{tp}$  değerleri bir j kabuk modeli durumunda bulunan tek bir proton göz önünde bulundurularak hesaplanmıştır.

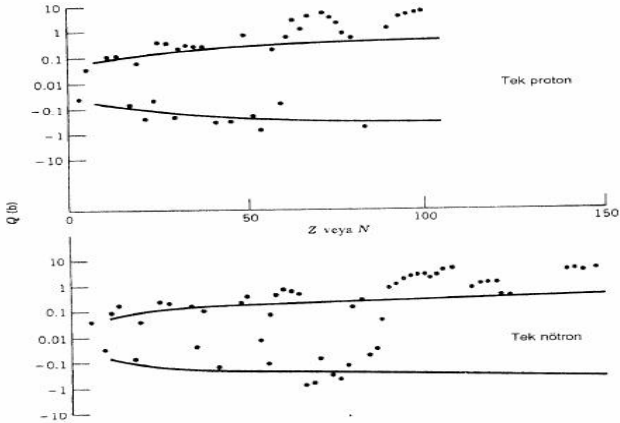
$$\text{Düzgün yüklü bir küre için } \langle r^2 \rangle = \frac{3}{5}R^2 = \frac{3}{5}R_0^2 A^{\frac{2}{3}} \text{ iken}$$

$$\langle Q_{tp} \rangle = \frac{-(2j-1)}{2(j+1)} \langle r^2 \rangle$$

Normalde dolu bir alt kabuk dışındaki yüksüz bir nötronun kuadropol momentinin olmaması gerekirken, tek nötron değerlerinin tek proton değerlerinden daha küçük fakat sıfır olmadığı görülür. Bir alt kabukta birden fazla parçacık olduğu zaman alt kabuktaki tüm parçacıklar kuadropol momente katkıda bulunurlar. Bu alt **dolu kabuktaki** toplam nükleon sayısı  $(2j+1)$  olduğundan **dolmamış alt kabuktaki** muhtemel nükleon sayısı  $(n)$   $1 \leq n \leq 2j$  arasında değişir.

Yeni kuadropol moment:

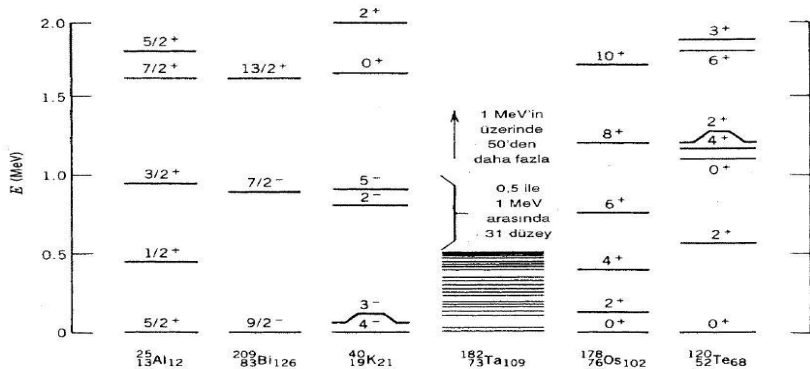
$\langle Q \rangle = \langle Q_{tp} \rangle \left[ 1 - 2 \frac{n-1}{2j-1} \right]$  Bu değer, **dolmamış alt kabuktaki** muhtemel nükleon sayısı ( $n$ ) minimum 1 olduğunda  $Q = Q_{tp}$  iken  $n$  maximum  $2j$  olduğunda ise  $Q = -Q_{tp}$ 'dir. Aşağıdaki figürde gösterilen deneysel değerler ve teorik çizgiler tam olarak uyuşmazken, pozitif ve negatif değerlerin tam bir simetri göstermediğide görülmektedir. Ayrıca, bazı çekirdekler için gözlenen yüksek  $Q$  değerlerini teorik değerlerin verdiği çizgiylede açıklayamayız. Bu bize nükleer kabuk modelinin tam açıklayamadığı şeylerin olduğunu gösterir.



**Şekil 5.10** Tek-nötron ve tek-protonlu çekirdeklerin elektrik kuadropol momentlerinin deneysel değerleri. Kesiksiz çizgiler kabuk model çekirdekleri için beklenen  $Q \sim \langle r^2 \rangle$  sınırlarını göstermektedir.  $60 < Z < 80$ ,  $Z > 90$ ,  $90 < N < 120$  ve  $N > 140$  bölgeleri hariç, sınırlar arasındaki deneysel değerler kabuk modelinin kestirdiği değerlerden bir katı kadar daha büyüktür.

Çekirdeklerdeki uyarılmış durumlar bize **çekirdeğin yapısı** hakkında bilgi vermektedir. Uyarılmış bir çekirdek elde etmenin bir yoluda çekirdeği oluşturan nükleonların enerji seviyelerini veya konfigürasyonlarını değiştirmektir. Böylece çekirdeklerin her bir uyarılmış durumu aslında bize nükleonların tek tek yörüngeleri hakkında bilgi verir.

Bir diğer yöntem ise, çiftlenmiş nükleonların oluşturduğu çekirdek kısma **titreşim** veya **dönme** enerjisi şeklinde enerji vererek yada çiftlenimlerden bir veya birkaçını kırarak olabilir.



**Şekil 3.19** 2 MeV'in altındaki uyarılmış durumları gösteren bazı düzey şemaları,  $^{209}\text{Bi}$  gibi bazı çekirdekler büyük basitlik gösterirken  $^{182}\text{Ta}$  gibi bazıları büyük karmaşıklık gösterirler.  $^{178}\text{Os}$ 'in düzeylerindeki düzensizlik  $150 \leq A \leq 190$  aralığındaki tüm çift- $Z$ , çift- $N$  çekirdeklere görülür.  $^{120}\text{Te}$ 'ye benzer yapılar  $50 \leq A \leq 150$  aralığındaki bir çok çekirdekte bulunur.

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

## Nükleon-nükleon kuvvetinin bazı temel özellikleri:

- 1 Coulomb kuvvetine kıyasla çok küçük mesefelerde etkindir. Zira çekirdeğin içinde var olmaktadır. Örneğin, atomik boyutta önemsenmeyecek kadardır.
- 2 Bazı parçacıklar nükleer kuvvetten etkilenmezler. Örneğin, atomik yapıda bulunan elektronların çekirdekten etkilenip etkilenmediği kanıtlanmamıştır.
- 3 Nükleon-nükleon kuvveti nükleonun türünden bağımsızdır. Buna **yük bağımsızlığı** denir.
- 4 Nükleon-nükleon kuvveti nükleonların spinlerine bağlıdır.
- 5 Nükleon-nükleon kuvveti nükleonların belirli bir uzaklıkta bulunmasını sağlayan bir **itici terim** içerir.
- 6 Nükleon-nükleon kuvvetinin merkezi olmayan **tensör** adında bir bileşeni vardır. Dolayısıyla bu kuvvet için orbital açısal momentumu korunmaz.

Atom fizikçiler için bir **Hidrojen atomu**( ${}^1_1H$ ), nasıl diğer atomları açıklamada bir temel oluşturuyorsa; nükleer fizikçiler içinde atomların çekirdeğinde olup biten davranışları ve tek tek nükleonların etkileşimini açıklamak için **döteryum atomunun**( ${}^2_1H_1$ ) çekirdeği yani **döteron** temel oluşturmaktadır. Bu yüzden bu bölümde ağırlıklı olarak döteron ve onu oluşturan bir nötron ve bir protonun etkileşiminden bahsedeceğiz.

Döteron uyarılmış durumları olmayan bir çekirdektir, bu yüzden uyarılmış durumlar yalnız serbest bir proton ve nötronun oluşturduğu sistemlerde görünür.

**Döteron için bağlanma enerjisi:** Daha öncede kütle spektrometresinde bahsettiğimiz **kütle ikilisi yöntemi**ni kullanarak döteryumun kütle sinin bulabiliriz. Örneğin, kütle farkları bilinen  $C_6H_{12}$  ve  $C_6H_6$  veya  $C_5H_{12}$  ve  $C_6H_6$  bileşikleri kullanılabilir. Sonrasında ise bulunan  $m(^2H)$  kütlesi ve  $B = [m(^1H) + m(^1_0n) - m(^2H)]c^2$  formülüyle B bağlanma enerjisi yani 1 proton ve 1 nötronu bir arada tutmak için bize gereken enerji bulunur. Bu enerji  $B = 2.22463 \pm 0.00004 MeV$  olarak hesaplanır.

Bir diğ er yöntem ise  **$\gamma$  ışını enerjisi** ölçülerek yapılan yöntemdir.  $^1_1H + ^1_0n \rightarrow ^2_1H + \gamma$  reaksiyonu ele alınıp, gamma enerjisi ölçülür. Uyarılmış haldeki döteron için  $E_{initial} = E_{final} + E_{\gamma} + T_{recoil}$  ve  $0 = \mathbf{p}_{recoil} + \mathbf{p}_{\gamma}$  enerji ve momentum korunumunu temsil eder.



Gamma ışını için relativistik enerji ifadesi ( $E_\gamma = c \cdot \mathbf{p}_\gamma$ ) kullanılarak, çekirdeğin ilk ve son durumları arasındaki enerji farkı, gamma ışını yayıp geri tepen parçacığın kinetik enerjiside göz önüne alınarak şöyle yazılır:  $E_{initial} = E_{final} + E_\gamma + T_{recoil}$  ve

$$\Delta E = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2 \cdot M_R \cdot c^2}$$

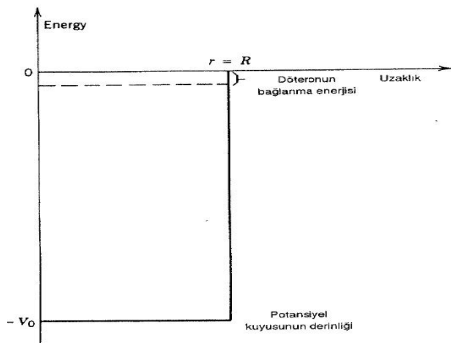
Düşük enerjili  $\gamma$  ışınları için:

$$E_\gamma = M_R \cdot c^2 \left[ -1 \pm \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{\Delta E}{M_R \cdot c^2}} \right]$$

$E_\gamma \cong \Delta E - \frac{\Delta E^2}{2 \cdot M_R \cdot c^2}$  yani  $\Delta E \cong E_\gamma$  bulunurki, bu bize uyarılmış çekirdeğin yaydığı  $\gamma$  ışını enerjisin, hemen hemen iki enerji seviyesi arasındaki farka eşit olduğunu gösterir. Yani düşük enerjili  $\gamma$ 'lar için geri tepen parçacığın enerjisi ihmal edilebilir.

Sonuç olarak, 2.2 MeV civarında bulunan döteryum bağlanma enerjisi, önceden gösterilen 8 MeV'lik ortalama çekirdek bağlanma enerjine kıyasla çok zayıf bağlı bir çekirdeğe işaret eder.

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)  
Eğer Schrödinger denklemi döteryum için çözülürse, bize  $V_0$  potansiyelinin değerini  $-35$  MeV olarak verecektir. Döteron için nükleon-nükleon kuvvetinin yüzeye ne kadar yakın olduğu, yani çok zayıf bağlılığı şekilde görülür.



**Döteron için spin ve parite:** Döteronun toplam açısal momentumu,  $I = s_n + s_p + \ell$  olarak verilir. Buradaki  $\ell$  nükleonların ortak kütle etrafındaki orbital açısal momentumudur. Döteronun ölçülen spini 1'dir. Bunu elde etmek için değişik spin ve orbital açısal momentum konfigürasyonları denenebilir. Döteronun spinine gelince, döteronun oluşumu sırasında yayılan fotonların spinleri bize bu bilgiyi verir. **Parite**, yani  $r \rightarrow -r$  dönüşümü altında dalga fonksiyonunun gösterdiği davranış, incelendiğinde Döteryum için **çift parite** gözlenmiştir. Bu ise  $(-1)^\ell$  formülünden, muhtemel orbitallerin  $\ell = 0$  ve  $\ell = 2$  olabileceğine işaret eder. Bunu söylerken, hangi vektörel toplamların  $I = 1$  toplam açısal momentumunu vereceğini göz önünde tutmak gerekir.

**Döteron için manyetik dipol moment:** Şimdi yukarda belirttiğimiz bilgiler ışığında Döteronun manyetik moment kavramını ve onun çekirdek hakkında verdiği ipuçlarını inceleyeceğiz.

Eğer döteronun alabileceği orbital momentum değerlerinin sadece  $\ell = 0$  yani s orbitalinden oluştuğunu varsayarsak;

$\mu = \mu_n + \mu_p = g_{sn}\mu_N \frac{s_n}{\hbar} + g_{sp}\mu_N \frac{s_p}{\hbar} = \frac{1}{2}\mu_N(g_{sn} + g_{sp})$  şeklinde veririz. Görüldüğü gibi  $s=0$  için hiçbir yörüngesel katkı yoktur.

Ayrıca  $s_z$  bileşenin en büyük değeri  $+1/2$  bize  $s = s_z \hbar = 1/2 \hbar$ 'ı verir. Burada asıl önemli olan deneysel ve teorik sonuçları azda olsa farklı bulunan  $\mu(\ell = 0) = (0.8574376 \pm 0.0000004)\mu_N$  ve  $\mu(\ell = 0) = 0.879804\mu_N$  değerleridir.

Bu uyuşmazlığın, proton ve nötron arasındaki **mezon** değiş-tokuşundan veya döteronun dalga fonksiyonundaki muhtemel  $s(\ell = 0)$  ve  $d(\ell = 2)$  **dalga fonksiyonları karışımından** ileri geldiği varsayılabilir. Böylelikle döteronun dalga fonksiyonunu  $\psi = a_s\psi(\ell = 0) + a_d\psi(\ell = 2)$  şeklinde yazabiliriz. İkinci seferde bu dalga fonksiyonuyla hesaplanan manyetik moment:  $\mu = a_s^2\mu(\ell = 0) + a_d^2\mu(\ell = 2)$  değerini verir. Yukarıda bulunan  $\mu(\ell = 0)$  değerine ek olarak  $\mu(\ell = 2)$  teorik değeri  $1/4(3 - g_{sp} - g_{sn})\mu_N$  olarak bulunmuş olur. Önceden bulunan deneysel değer bize s ve d karışım oranının  $a_s^2 = 0.96$  ve  $a_d^2 = 0.04$  olması gerektiğini söylemektedir.

Buradan döteronun s ve d'nin karışımı bir dalga fonksiyonuna sahip olduğu ispatlanmış olur.

**Döteron için elektrik kuadropol moment:** Kuadropol momente geçmeden önce, döteronu oluşturan nükleonların çekirdeğe bağlı olmakla olmamak arasında bir yerde olduğunu hatırlamak gerekir. Sonrasında ise serbest nükleonların elektrik momente sahip olmadığını biliriz. Buna rağmen, gözlenen kuadropol moment  $Q = 0.00288 \pm 0.00002b$  olarak ölçülmüştür. Bunun ise yörüngesel hareketten ileri geldiği söylenir. Elektrik kuadropol momenti bulmak için döteron için bir önceki slaytta bulduğumuz s ve d'nin karışımı olan dalga fonksiyonunu kullanarak  $eQ = e \int \psi^* (3z^2 - r^2) \psi dV$  formülüyle Q değeri bulunabilir.

$Q = \frac{\sqrt{2}}{10} a_s a_d \langle r^2 \rangle_{sd} - \frac{1}{20} a_d^2 \langle r^2 \rangle_{dd}$  ifadesindeki

$\langle r^2 \rangle_{sd} = \int r^2 R_s(r) R_d(r) r^2 dr$  ve

$\langle r^2 \rangle_{dd} = \int r^2 R_d(r) R_d(r) r^2 dr$ ,  $r^2$ 'nin radyal dalga fonksiyonları üzerinden integralidir.

Yukarıda ifade edilen döteronun elektrik kuadropol momentinin bulunmasında, öncedende özetle bahsedilen döteronun dalga fonksiyonundaki s ve d karışım oranlarındaki **yüzelik belirsizlik, spin-yörünge etkileşimleri, göreceli etkiler** ve proton ve nötronların oluşumunda rol alan **mezon değiş-tokuşunun**  $\mu$  üzerindeki etkileri d-durumunun Q değerine yaptığı katkıdan fazla olabilir.

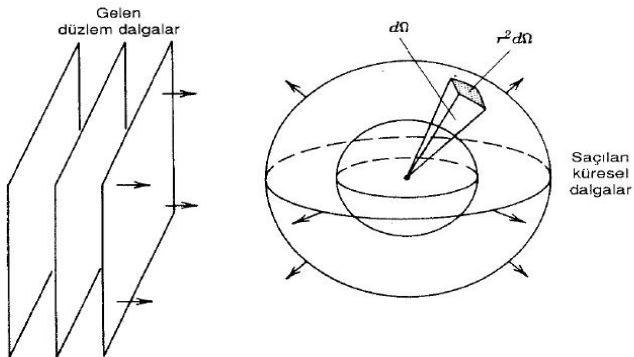
Özellikle hedef olarak döteronların kullanıldığı saçılma deneylerinde d-durumları karışımının dalga fonksiyonu içindeki yüzdesi %4 aralığında verilirki buda manyetik dipol moment slaytında söylenen %4'lük değerle uyuşur.

Döteron örneği için verilen, döteron dalga fonksiyonun bir karışım içerdiği hipotezi **nükleer kuvvetin** merkezi olmayan ve **tensör** denilen bir bileşeni olduğunun delilidir.

Döteron ( ${}^2_1H_1$ ) üzerinde yapılan çalışmalar özellikle taşıdığı tek proton ve nötrondan dolayı önemlidir; zira bize nükleon-nükleon saçılmasına ışık tutacak örnekler sunmaktadır. Döteron çekirdeğinin uyarılmış durumları yoktur; yalnız yörünge açısız momentumu  $\ell = 0$ , paralel spinli ve aralarındaki uzaklık 2fm dolaylarında olan iki nükleonu vardır. Buda, zaten nükleon-nükleon saçılmasına temel oluşturan teorilere ve deneylere imkan sunar. Tabiki, çalışılmak istenen çekirdek birden fazla nükleonlu olabilir. Nükleonların, temel hal durumu dışında enerji seviyelerinde yapacağı farklı konfigürasyonlar o çekirdek için değişik uyarılmış durumları verecektir. (Derste verdiğimiz  ${}^{25}_{11}Na_{14}$  örneğini hatırlayınız.) Bu yüzden, tek bir nükleona odaklanmak için çok nükleonlu çekirdek yerine hidrojen hedef seçilebilir.

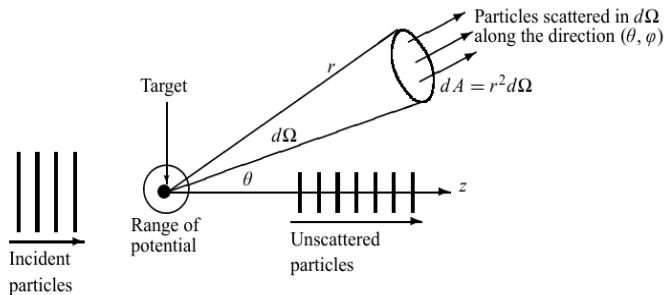
► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)





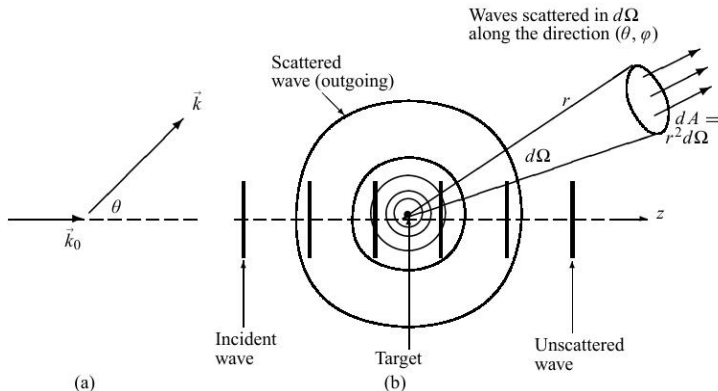
Şekil 4.5 Temel saçılma geometrisi

► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)



**Figure 11.1** Scattering between an incident beam of particles and a fixed target: the scattered particles are detected within a solid angle  $d\Omega$  along the direction  $(\theta, \varphi)$ .

► Kaynak: Quantum Mechanics (Nouredine Zettili)



**Figure 11.3** (a) Angle between the incident and scattered wave vectors  $\vec{k}_0$  and  $\vec{k}$ . (b) Incident and scattered waves: the incident wave is a plane wave,  $\phi_{inc}(\vec{r}) = Ae^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}}$ , and the scattered wave,  $\phi_{sc}(\vec{r}) = Af(\theta, \varphi) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{r}$ , is an outgoing wave.

► Kaynak: Quantum Mechanics (Nouredine Zettili)

Bu konunun detaylı açıklaması için lütfen kitabın (Krane'nin) 86-100 sayfalarını okuyunuz. Konunun detaylı olması ve kuantum fiziğine kayması sonucu sadece sonuç olarak dikkat etmeniz gereken kısmı ifade edilecektir.

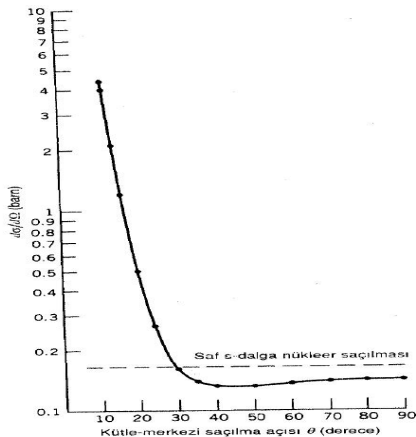
İki parçacıklı bir sistemi düşünürsek eğer, toplam dalga fonksiyonunu şöyle yazabiliriz:  $\psi = \psi_A(r_1).\psi_B(r_2)$  Yerleri değiş-tokuş edilen bu parçacıkların dalga fonksiyonu ise  $\psi' = \psi_B(r_1).\psi_A(r_2)$ 'dir. Eğer değiş-tokuştan sonra  $\psi_{(1,2)} = \psi_{(2,1)}$  oluyorsa, dalga fonksiyonu **simetrik**;  $\psi_{(1,2)} = -\psi_{(2,1)}$  oluyorsa, dalga fonksiyonu **antisimetrik**dir denir.

Toplam dalga fonksiyonu ise  $\psi_{(1,2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_A(r_1)\psi_B(r_2) \pm \psi_B(r_1)\psi_A(r_2)]$  şeklinde ifade edilir.

Yukarıdaki formülde unutulmaması gereken ise, **özdeş parçacıkların** oluşturduğu sistemlerin toplam dalga fonksiyonlarının ya tamamen **simetrik** ya da tamamen **antisimetrik** olduğudur. Yani, **karışık simetri** izinli değildir. Hatırlamamız gereken bir diğer nokta ise temel parçacıklar olan **fermionlar** (elektron,...) **buçuklu spinlere** ve **simetrik toplam dalga fonksiyonlarına** sahipken; daha büyük parçacıklar olan **baryonlar** (proton, nötron,...) **tam sayılı spinlere** ve **antisimetrik toplam dalga fonksiyonlarına** sahiptir.

Yukarıdaki bilgiler ışığında, iki nükleonun (proton-proton veya nötron-nötron) saçılmasını incelersek, Eğer  $\ell = 0$  düşük enerjili saçılma ele alınırsa, dalga fonksiyonlarının uzay koordinatlarının değiş-tokuşu açısından simetrik olduğu, bu nedenle antisimetrik olması beklenen toplam dalga fonksiyonu için spin koordinatlarının değiş-tokuşu açısından antisimetrik olması gerektiği sonucuna varılır. Zira, toplam dalga fonksiyonu, uzay ve spin dalga fonksiyonlarının çarpımıdır. Sonuç olarak, saçılmaya sadece **tek spinli durumlar** neden olur denir.

Bulunan bir diğer sonuç ise; difransiyel saçılma tesir kesitinin verilen formülündeki tek bilinmeyen olan açının ( $\delta_0$ ) bir fonksiyonu olarak yazılabileceğidir. Aşağıdaki şekle bakınız.



**Şekil 4.9** Düşük enerjili proton-proton saçılması için tesir kesiti, gelen protonun enerjisi 3,037 MeV'dir. Verilen noktaların Denklem 4.43'e fit edilmesi s-dalgası faz kaymasını  $\delta_0 = 50,966^\circ$  verir. Saf nükleer saçılma için tesir kesiti 0,165 b olur; tesir kesiti değerlerinin saf nükleer değerden daha *küçük* gözlenmesi dalga fonksiyonunun Colomb ve nükleer kısımları arasındaki girişiminin kanıtıdır. Veriler, D.S. Knecht et al. *Phys. Rev* **148**,1031 (1966)'den alınmıştır.

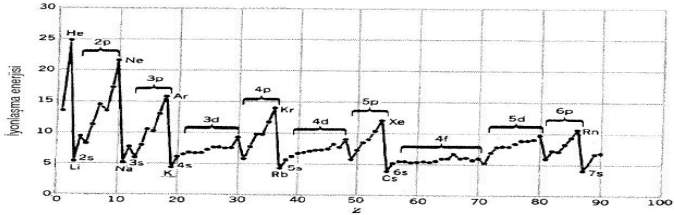
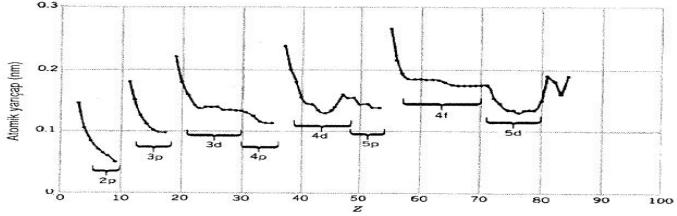
► Kaynak: Nükleer Fizik (Kenneth S. Krane)

- 1 İki nükleon arasındaki etkileşme en düşük mertebeli **çekici bir merkezi terim** içerir.
- 2 Nükleon nükleon etkileşmesi kuvvetli **spin bağımlıdır**.
- 3 Nükleonlar arasındaki potansiyel, **Tensör potansiyeli** olarak bilinen ve **merkezi olmayan** bir terim içerir.
- 4 Nükleon nükleon kuvveti **yük simetridir**.
- 5 Nükleon nükleon kuvveti hemen hemen **yükten bağımsızdır**.
- 6 Nükleon nükleon etkileşmesi kısa mesafelerde **itici karakterdedir**.
- 7 Nükleon nükleon etkileşmesi nükleonların **bağıl hız veya momentumuna** da bağlı olabilir.



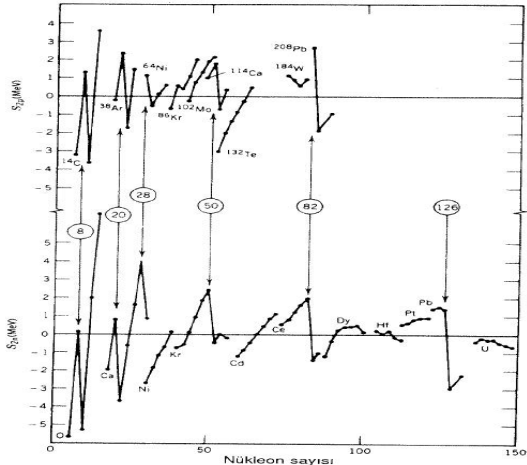
Lütfen, nükleer fizik kitabınızdan (Krane) 108-112 arasındaki sayfaları inceleyiniz.

## Atomik yapı:



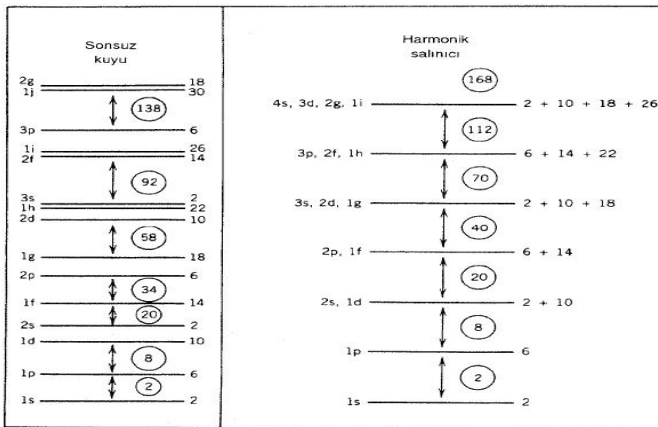
**Şekil 5.1** Elementlerin atomik yarıçapları (üst) ve iyonlaşma enerjileri (alt). Bu niceliklerdeki düzgün değişimler bir atomik kabuğun tedricî olarak dolmasına karşılık gelir ve ani sıçramalar bir sonraki kabuğa geçişi gösterir.

## Nükleer kabukların varlığını destekleyen deneysel kanıtlar:



**Şekil 5.2** (Üst) İzoton dizilerinin (sabit N) iki-proton ayrılma enerjileri. Her dizinin en küçük Z'li üyesi gösterilmiştir. (Alt) İzotop dizilerinin iki-nötron ayrılma enerjileri. Belirtilen "sihirli sayılar"daki ani değişimler çarpıcıdır. Şekilde gösterilen veriler, ölçülen değerlerle, yarıempirik kütle formülü ile hesaplanan kestirimler arasındaki farklardır. Ölçülen değerler 1977 Atomik kütle tabloları (A.H. Wapstra and K. Bos, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 19, 215(1977)'den alınmıştır.

Gelişmiş spin-orbital modeli bulunmadan önceki enerji seviyeleri:

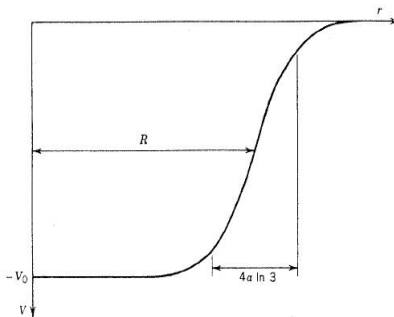


**Şekil 5.4** Sonsuz kuyu ve harmonik salıncığı potansiyelinden elde edilen enerji düzeyleri. Her düzeyin kapasitesi o düzeyin sağ tarafında gösterilmiştir. Düzeyler arasında, kapalı kabuklarla ilişkili, büyük aralıklar vardır. Daire içindeki sayılar her kapalı kabuktaki toplam nükleon sayısını göstermektedir.

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{(r-R)}{a}\right]}$$

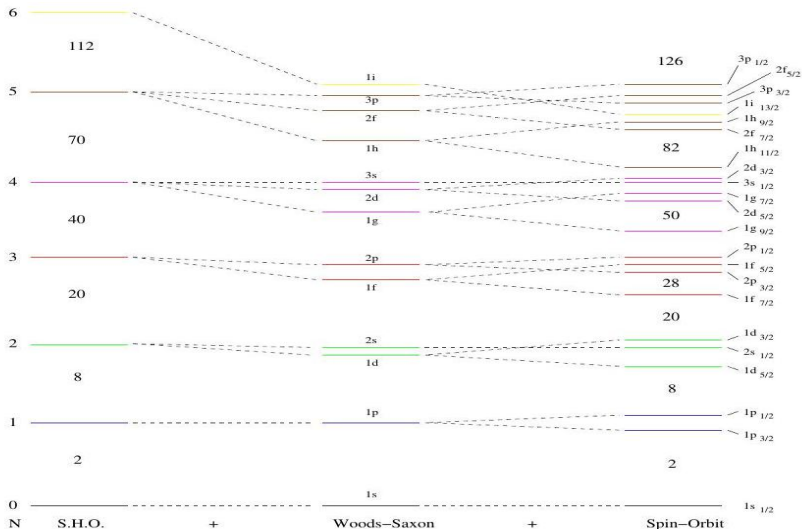
Burada R ortalama yarıçap iken, a

yüzey kalınlığını verir.  $R = 1.25 fm A^{\frac{1}{3}}$  iken,  $a = 0.524 fm$  ve  $V_0 = 50 MeV$  olarak alındığı zaman bir sonraki slayttaki Woods-Saxon durumundaki ara enerjilere ve ayrılmalara ulaşılacaktır.



Şekil 5.5 Kabuk modeli potansiyeli için gerçekçi bir biçim "yüzey kalınlığı"  $4a \ln 3$  potansiyelin  $0.9V_0$ 'dan  $0.1V_0$ 'a kadar değiştiği uzaklıktır.

Spin-orbital etkileşmesi altındaki potansiyelin verdiği modelle bulunan yeni enerji seviyeleri en sağda gösterilmiştir.



Potansiyelin sihirli sayıları (2,8,20,28,50,82,126,184) tam olarak vermesi için onu nasıl değiştirebiliriz? Tabiki en kestirme yol, bir önceki potansiyele yeni terimler eklemek olacaktır. 1949 yılında Mayer, Haxel, Suess ve Jensen bunu başarmıştır.

Yeni enerji düzeyleri,  $V_{so} \cdot \ell \cdot s$  şeklinde spin-yörünge etkileşimi göz önünde bulundurularak yazılmıştır ve bu enerjilerin yeniden düzenlenmesine neden olan  $\ell \cdot s$  katsayısıdır. Burada tek bir nükleonun spini  $s = \frac{1}{2}$  iken toplam açısal momentum kuantum sayısı  $j = \ell + s$  yani;  $j = \ell + 1/2$  veya  $j = \ell - 1/2$  olacaktır.

Atom fiziğinde toplam dejenere durum sayısı  $2(2\ell + 1)$  iken; nükleer fizikte her düzeyin dejenerelik sayısına  $(2j + 1)$  ile ulaşabiliriz. Eğerki  $m_j$ 'nin  $+j$  ve  $-j$  arasında değişen değerler alacağı düşünülürse, bu dejenerelik sayısı  $m_j$  kuantum sayılarının toplamına tekabül edecektir.

Burada dejenerelikten kasıt, aynı enerji seviyesinde bulunan nükleon sayısı kastedilmiştir. Fakat; spin-yörünge etkileşmeleri ile  $m_s$  ve  $m_\ell$ 'nin artık dejenereliği açıklamada iyi kuantum sayıları olmadığı kanıtlanmıştır. Herhangi bir spin-yörünge ikilisi arasında  $\langle ls \rangle$  beklenen değeri ile orantılı bir enerji farkı vardır.

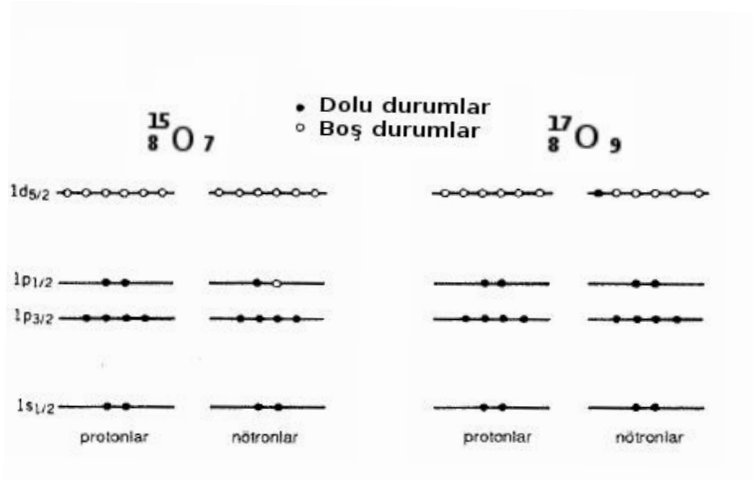
$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \quad j^2 = l^2 + 2ls + s^2 \quad ls = \frac{1}{2}(j^2 - l^2 - s^2)$$

$$\langle ls \rangle = \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

$$\Delta E = \langle ls \rangle_{j=l+\frac{1}{2}} - \langle ls \rangle_{j=l-\frac{1}{2}} = \frac{\hbar^2}{2} (2l+1)$$

Buradan enerji yarılmalarının artan  $l$  ile artacağı görülmektedir.



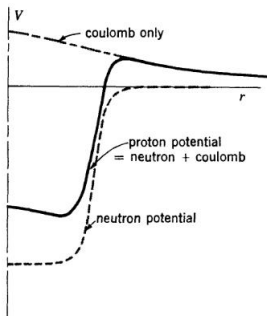


**Figure:**  $^{15}\text{O}$  ve  $^{17}\text{O}$ 'de kabukların doldurulması. Dolmuş proton kabukları nükleer yapıya katkıda bulunmazlar; taban durumlarının özellikleri esas olarak tek kalan nötronla belirlenir.

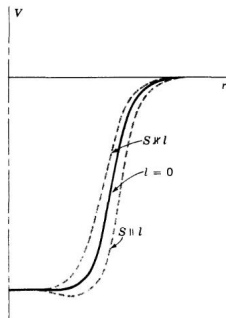
Bir nükleon nasıl olurda etrafında çarpışacak birçok başka nükleon olmasına rağmen ve büyük bir kuvvetle birbirlerini dağılmamak için çekerken, hiçbir çarpışma yapmaksızın kendi yörüngesinde bir tam tur yapabiliyor?

Bunu açıklaması **Pauli Dışarlama İlkesi** içinde yatmaktadır. Aslında çekirdek, içinde nükleonların, sınırlanmış belirli orbitallerde bulunabildiği bir sistemdir. Pauli ilkesi, bu sınırlamaya bir yenisini daha ekler. Buna göre, sadece bir nükleon verilen belli bir enerji durumunu doldurabilir. Bu durum, çarpışma olasılığını oldukça azaltmıştır. Nükleonlar, orbitalleri düşük enerjili olandan yüksek enerjili olana doğru doldururlar.

Bir nükleonun hareketi, genelde çekirdek diğer nükleonlarla doluyken gerçekleşmektedir. Diğer nükleonların bir nükleona uyguladığı kuvvet **nötron** ve **protonun nükleer potansiyeli** tarafından yönetilir. Bu potansiyelleri sol aşağıdaki figürden inceleyebiliriz. Proton potansiyelinin şekli, nötron potansiyeline **Coulomb potansiyeli** eklenerek bulunabilir.



8.1 Neutron, proton, and Coulomb potentials



8.2 Spin and orbital coupling

**Figure:** Solda:Nötron, proton ve Columb potansiyelleri Sağda: Spin ve orbital birleşmesi

Fizikteki diğer önemli bir fenomen olan nükleer potansiyelin orbital ve spin kuantum sayılarının birleşim durumuna göre değişimi sağ yukardaki figürde gözlenmektedir. Kabuk modeli potansiyelinin bu birleşimin zıt veya paralel olması durumuna göre nasıl daralıp genişlediğine dikkat ediniz. Genişleyen potansiyel, içinde çeşitli orbitallerde bulundurduğu nükleonların enerjisini aşağı çekerken; daralan potansiyelde durum tam tersi olacaktır.

Aşağıda, çekirdekte nükleonlar ve kabuk modeli enerji seviyeleri tarafından oluşturulan merkezkaç potansiyelini hesaplamada kullanılan formüller verilmiştir. Bu bize çekirdek içinde nükleonların orbital enerjilerinin nasıl şekillendiği hakkında bilgi vermektedir.

$$2\pi r = l\lambda_\theta = \frac{lh}{MV_\theta} = \frac{lh}{M\omega r} \qquad L = Mr^2\omega = \frac{lh}{2\pi} = l\hbar \quad (23)$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad F_{cf} = M\omega^2 r = \frac{L^2}{Mr^3} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{Mr^3} \quad (24)$$

$$V_{cf} = - \int_{\infty}^r F_{cf} dr = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \quad (25)$$

Nükleonun dalga boyunu hesaplamak için kullanılacak tam potansiyel, kuvvetlerin oluşturduğu  $V(r)$  potansiyeli ve  $V_{cf}$  merkezkaç potansiyelinin toplamıdır. Bu yüzden  $\vec{r}\psi(r)$  olarak tanımlanan  $u(r)$  ifadesinin diferansiyel denklemi

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2u}{dr^2} + \left[ V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \right] u = Eu \quad (26)$$

şeklinde verilir.



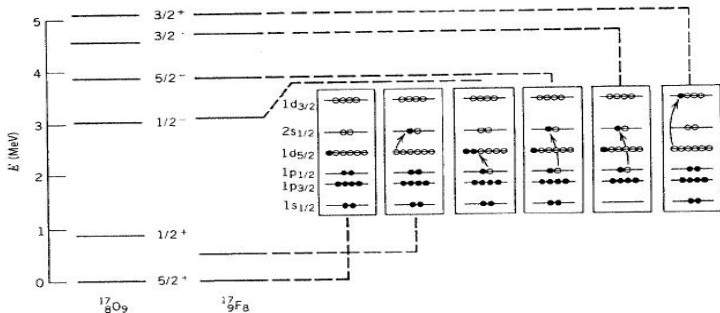


Yukarıdaki figürdeki enerjiler ve dalga fonksiyonları yine yukarıdaki kare kuyu için verilen enerji denklemiyle bulunmuştur. Figürdeki 4 kısım sırasıyla orbital kuantum numaraları  $\ell = 0, 1, 2$  ve  $3$  içindir. Kalın çizgiyle verilen etkin potansiyel, kesikli çizgiyle verilen  $V(r)$  and  $V_{cf}$  potansiyellerinin toplamı olarak görülmektedir. Potansiyellerin altında dalgalarla gösterilen farklı  $n$  seviyesindeki orbitaller, çekirdeğin  $r$  yarıçapı sınırlarında toplam  $n$  tane yarım dalga içerir. Yani  $1s$  için  $1$  yarım dalga görülürken,  $2s$  için  $2 \times$  yarım dalgadan bir tam dalga görülür.

Figürler  $\ell$  orbital kuantum sayısı arttıkça potansiyelin daralıp sığlaştığını göstermektedir. Meydana gelen bu daralma, yüksek orbital momentumlu bir parçacığın merkezkaç kuvvet tarafından küçük yarıçaptan kuvvetlice itilmesinden oluşur. Potansiyel kuyusu daraldıkça, kuyunun dalga boyu küçülmektedir. Buda ancak  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2M(E-V)}}$  formülüne göre daha büyük ( $E - V$ ) değeri gerektirmektedir. Bu sebepledir ki potansiyel kuyusu içindeki  $E_{1\ell}$  enerji değerleri  $\ell$  değeri arttıkça artarak bir öncekinden yüksek bir enerjiye tekabül edecektir. Artan  $\ell$  değeriyle yükselen potansiyel kuyusunun alt kısmı,  $E_{1s}$ ,  $E_{1p}$ ,  $E_{1d}$  ve  $E_{1f}$  için her defasında daha yüksek enerji değerlerini gösterecektir. Dalga fonksiyonları ise artan  $\ell$  değeriyle daha kısa dalga boyuna sahip olarak, giderek daralacaktır.

Kuyu potansiyeli dışındaki potansiyelerde, nicelik olarak benzer durumlar söz konusudur. Örneğin, Hidrojen atomunda görülen  $1/r$  kuyusunda,  $E_{1p}$ 'nin enerjisinin  $E_{2s}$  ile aynı düzeyde olduğu görülür. Benzer şekilde  $E_{1d}$ ,  $E_{2p}$  ve  $E_{3s}$  enerji seviyeleri aynı düzeyde bulunur. Bu ilişki kısaca  $E_{n\ell} = E_{(n+\ell)(\ell-1)} = \dots = E_{(n+\ell)(0)}$  şeklinde gösterilir.  $n$  kuantum sayısı atom fiziğinde sıklıkla kullanılır. Bu enerji benzerliği sadece  $1/r$  potansiyeli için geçerlidir. Nükleer fizikte uygulanabilir olan potansiyeller,  $1/r$  potansiyeli kadar kare kuyu potansiyelinden sapma göstermez. Bu yüzden atom fiziğindeki  $E_{n\ell}$  için artan  $\ell$  ile gözlenen enerji kayması nükleer fizikte daha azdır.

## Aşırı bağımsız parçacık modeli ve kollektif kabuk modelinin karşılaştırılması:

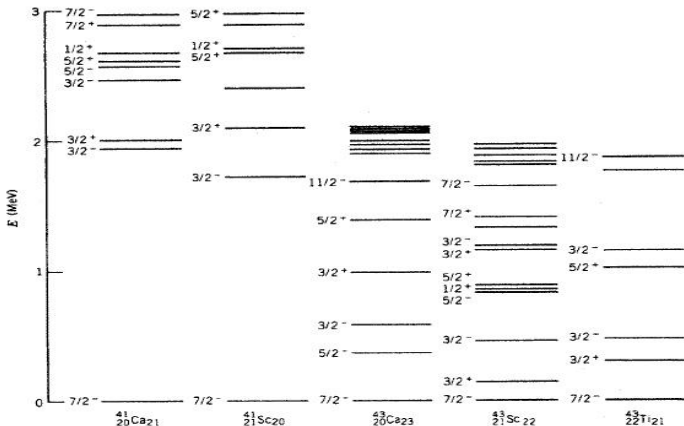


**Şekil 5.11**  $^{17}\text{O}$  ve  $^{17}\text{F}$ 'nin enerji düzeylerinin kabuk modeline göre yorumlanması. 5 MeV'in altındaki bütün düzeyler gösterilmiştir. İki çekirdeğin düzeyleri arasındaki benzerlik, değerlik nükleonları tarafından belirlenen ortak özellikleri olduğunu göstermektedir. Çift-parite durumları,  $d_{5/2}$  taban durumundaki tek nükleonun  $2s_{1/2}$  veya  $1d_{3/2}$  durumuna uyarılması şeklinde kolayca açıklanabilir. Tek-parite durumları daha karmaşık yapıya sahiptir; mümkün olan bir konfigürasyon gösterilmiştir, fakat diğerleri de önemlidir.

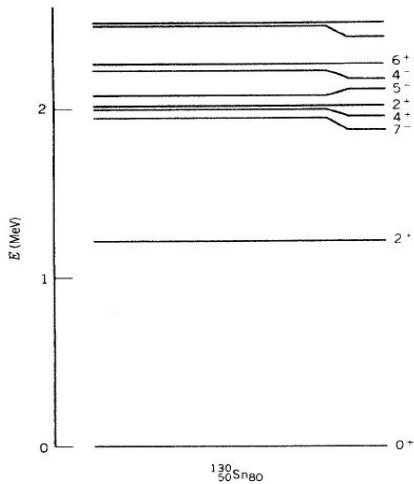
Yukarıdaki  ${}^{17}_8\text{O}_9$  ve  ${}^{17}_9\text{F}_8$  çekirdeklerinin sahip olduğu temel hal düzeyindeki ve başlıca uyarılmış durumlardaki aldıkları bazı spin ve parite değerleri örneklendirilmiştir. Dikkat edilmesi gereken bu çekirdekler için tek pariteli durumlar için çok daha karmaşık nükleon dizilimlerine gerek duyulmasıdır.

Aşağıda verilen  ${}^{41}_{20}\text{Ca}_{21}$ ,  ${}^{41}_{21}\text{Sc}_{20}$ ,  ${}^{43}_{20}\text{Ca}_{23}$ ,  ${}^{43}_{21}\text{Ca}_{22}$  ve  ${}^{43}_{22}\text{Ca}_{21}$  çekirdeklerindedir benzer bir örnekle karşılaşılır. Eğer tek kalan parçacık çekirdeğin özelliklerini belirleyen tek faktör olsaydı, enerji düzeylerindeki fark bariz olarak görülen  ${}^{43}_{20}\text{Ca}_{23}$  ve  ${}^{41}_{21}\text{Ca}_{21}$  çekirdekleri tek kalan nükleonlarından ötürü aynı enerji düzeylerini vermeliydi. Fakat, bu doğru değildir. Sebebi ise, son kalan 3 nükleonun birden  ${}^{43}_{20}\text{Ca}_{23}$ 'nin enerji diyagramında rol alarak **kollektif çekirdek modelini** kanıtlamasıdır.

## Aşırı bağımsız parçacık modeli ve kollektif kabuk modelinin karşılaştırılması:



Şekil 5.12  $1f_{7/2}$  kabuğunda tek sayılı parçacık bulunan çekirdeklerin enerji düzeyleri.

Şekil 5.14  $^{130}\text{Sn}$ 'un düşük enerji seviyeleri.

Yukarıda gruplanmış halde birçok değişik spinde ve 2 MeV enerjisi civarında uyarılmış  ${}_{50}^{130}\text{Sn}_{80}$  çift-çift çekirdeği görülürken, 1.2 MeV civarında tek bir anormal  $2^+$  durumu gözlenmektedir. Sonraları bu durumun  ${}^{130}\text{Sn}$  çekirdeğine özgün olmayıp, bütün çift-çift çekirdeklerin bir özelliği olup, onların en düşük seviyeli uyarılmış düzeylerini gösterdiği anlaşılmıştır. Ve bu özellik, çekirdekteki nükleonlarının **kollektif özelliğine** dayanır.

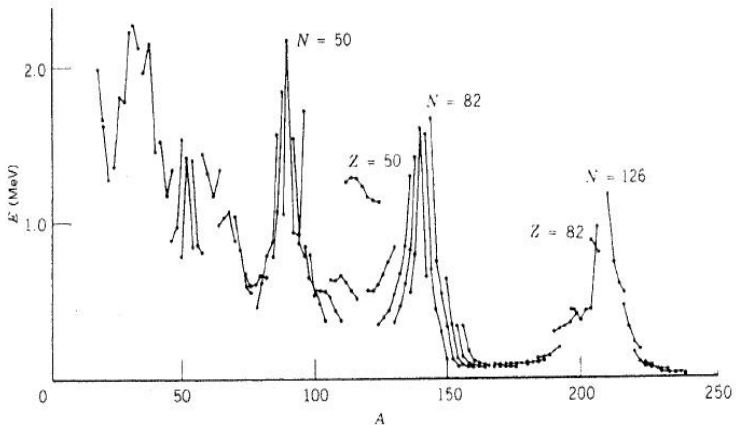


${}_{50}^{130}\text{Sn}_{80}$  çift-çift çekirdeği için yukarıda verilen enerji düzeylerine bakarak, 'saf kabuk modelinin' böyle karmaşık enerji düzeylerini veremeyeceği kestirilebilir. Eğer, bu enerji yapısını kabuk modeliyle yorumlamak istersek, mevcut  $2^+$  enerji seviyesinin, çekirdeğin kabuk modeli durumlarının bir kombinasyonu şeklinde aşağıdaki gibi yazılmalıdır.

$$\psi(2^+) =$$

$$a\psi(\nu h_{11/2} \oplus \nu h_{11/2}) + b\psi(\nu d_{3/2} \oplus \nu d_{3/2}) + c\psi(\nu d_{3/2} \oplus \nu s_{1/2}) + \dots$$

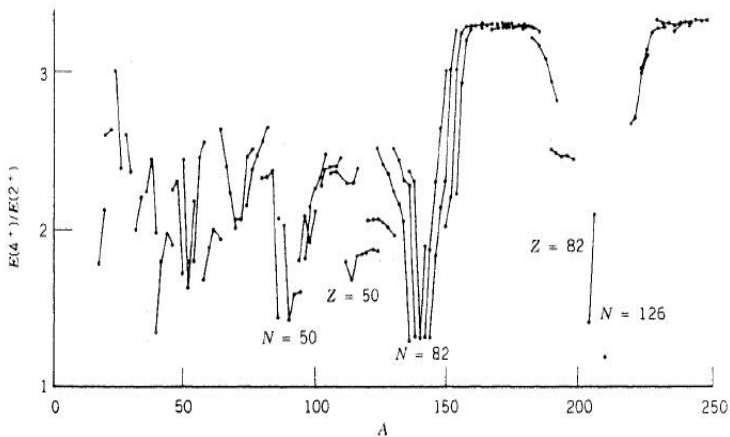
Burada  $\nu$  nötronu sembolize ederken, protonu göstermek için  $\pi$  işareti genel olarak kullanılmaktadır.  $\oplus$  ise bize iki nükleonun  $2^+$  uyarılmış durumunu elde etmek için gereken açısal momentum bağlaşım durumunu ifade eder.



Şekil 5.15a Çift-Z, çift-N'li çekirdeklerin en düşük  $2^+$  durumlarının enerjileri. İzotoplar düz çizgilerle birleştirilmiştir.

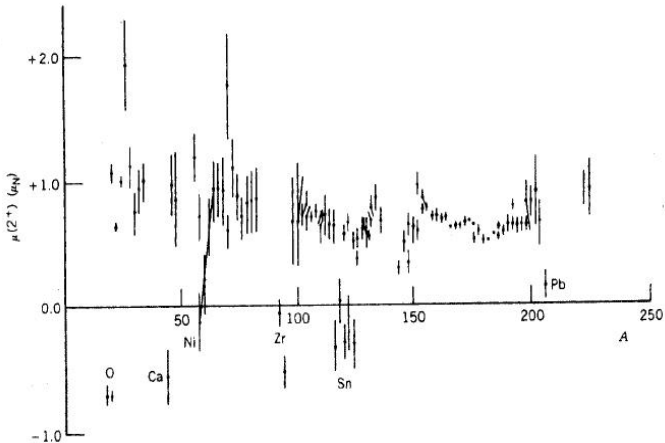
**Figure:** Çift-Z, Çift-N'li Çekirdeklerin Kolektif Davranışı

Şekil 5.15a'da sihirli sayıları veren bölgeler dışında genel olarak  $2^+$  enerjisi azalma trendi göstermektedir.  $190 > A > 150$  arasında  $E(2^+)$  değerleri sabite yakın değerler izlemiştir. Yine şekil 5.15b  $E(2^+)/E(2^+)$  enerji oranları  $A$ 'nın bir fonksiyonu olarak  $A < 150$ 'de kabaca 2 civarında seyrederken,  $150 < A < 190$  ve  $A > 230$  bölgesinde 3.3 civarında bir oranı yakalamıştır.



Şekil 5.15b Çift-Z, çift-N'li çekirdeklerin en düşük  $2^+$  ve  $4^+$  durumlarının  $E(4^+)/(2^+)$  oranı. İzotopları düz çizgilerle birleştirilmiştir.

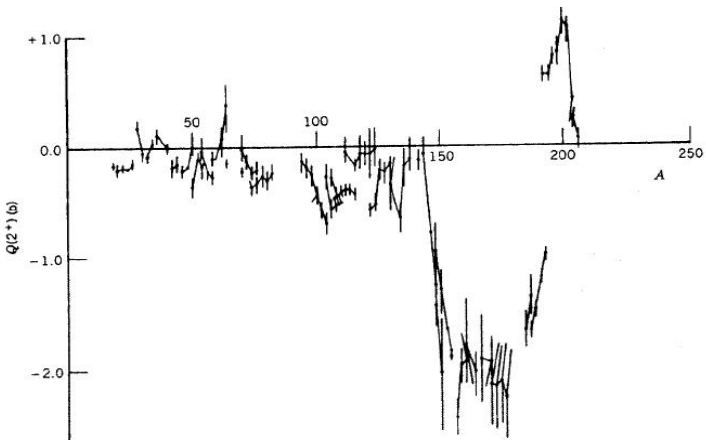
Figure: Çift-Z, Çift-N'li Çekirdeklerin Kolektif Davranışı



Şekil 5.16a Çift-Z, Çift-N'li çekirdeklerin en düşük  $2^+$  durumlarının manyetik momentleri. Kollektif olmayan davranışlar gösteren kabuk-modeli çekirdekleri belirtilmiştir.

Figure: Çift-Z, Çift-N'li Çekirdeklerin Kollektif Davranışı

Şekil 5.16a'da,  $2^+$  durumlarının manyetik momentlerinin 0.7-1.0 değerleri arasında sabit kaldığı ve yine şekil 5.16b'de elektrik kuadropol momentlerin  $A < 150$  bölgesinde çok küçük, diğer bölgelerde ise çok daha büyük değerler aldığı görülür.

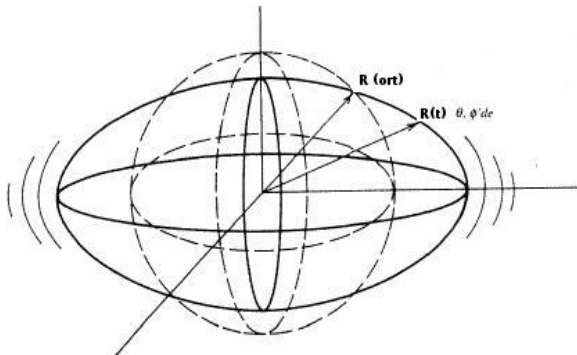


**Şekil 5.16b** Çift-Z, çift-N'li çekirdeklerin en düşük  $2^+$  durumlarına ait elektrik kuadropol momentleri. İzotoplar düz çizgilerle birleştirilmiştir.

**Figure:** Çift-Z, Çift-N'li Çekirdeklerin Kollektif Davranışı

Çift-çift çekirdekler hakkındaki bu ve benzeri çıkarımlar, farklı kütle numarasına sahip çekirdeklerin gruplar halinde farklı özellikte olabileceğini ortaya çıkarır.  $A < 150$  olan çekirdekler genel olarak **küresel** bir denge şekli etrafında **titreşimleri** esas alan bir modelle incelenirken,  $190 > A > 150$  arasındaki çekirdekler **küresel olmayan** bir sistemin dönme hareketini gösterir. Bu **titreşim** ve **dönme** hareketi **kollektif nükleer** hareketin iki ana türüdür ve buna uyan çekirdekler **kollektif model** veya **sıvı damlası modeli** adı altında incelenir.



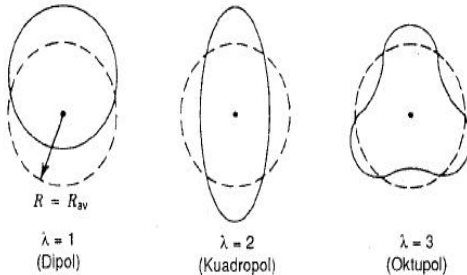


Şekil 5.17 Küresel denge biçimli titreşen bir çekirdek. Zamana-bağlı  $R(t)$  koordinatı,  $\theta, \phi$  doğrultusundaki yüzey üzerinde bir noktayı göstermektedir.

Şekil 5.17, nükleer yüzey üzerindeki bir  $(\theta, \phi)$  noktasının  $R(t)$  koordinatını  $Y(\theta, \phi)$  küresel harmonikler cinsinden aşağıdaki gibi belirleriz. Burada  $\alpha_{\lambda\mu}(t)$  küresel harmonik bileşiğinin genliğidir.

$$R(t) = R_{ort} + \sum_{\lambda \geq 1} \sum_{\mu = -\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$$

$R_{ort}$  değeri ise  $R_o A^{1/3}$ 'e eşitken,  $\lambda$  titreşim modlarını gösterir. Titreşim enerjisinin her bir kuantumuna **fonon** denir.  $\lambda = 1$  titreşimine **Dipol**,  $\lambda = 2$  titreşimine **Kuadropol** ve  $\lambda = 3$  titreşimine **Oktupol** adı verilir. Üretilen her bir mekanik titreşime karşılık kendi ismiyle anılan titreşim fononu üretilir. Örneğin, bir  $\lambda = 1$  nükleer titreşiminin birimi bir Dipol fononudur. Titreşim enerjisinin genel özellikleri: iki özdeş fonon bir fononun iki katı enerji taşır, örneğin  $\lambda = 3$ 'e karşılık gelen oktopol titreşim modu 3 birim açısal momentum taşır ve paritesi negatiftir, örneğin her  $\lambda = 2$  kuadropol fononun 5 mümkün  $\mu$  bileşeni vardır. İki fonon için  $\lambda\mu$ 'nün 25 muhtemel kombinasyonu tablo 5.2'de gösterilmiştir.



**Şekil 5.18** Bir çekirdeğin en düşük üç titreşim modu. Çizimler şeklin ortasından geçen bir düzlem üzerindeki kesitidir. Kesikli çizgiler küresel denge şeklini, kesiksiz çizgiler titreşen yüzeyin herhangi bir andaki biçimini göstermektedir.

Nasılki  $\ell = 2$  değeri için  $m_\ell = 2, 1, 0, -1, -2$  değerlerini alıyorsa;  $\lambda = 2$  için  $\mu$  değerleride 5 farklı değer almaktadır. İki kuadropol fononun ( $\lambda = 2$ ) oluşturduğu sistemin alabileceği farklı toplam  $\mu$  değerler tablo 5.2'de görülmektedir. Eğer toplam  $\mu$  değerlerini gösteren  $(\mu_1, \mu_2)$  ikililerini tablodan çıkarıp, tek tek yazıp, simetrik olan ikilileri tek bir dalga fonksiyonu gibi düşünürsek, toplamda 25 değil 15 farklı ikili durum elde edileceği görünür.

**Tablo 5.2** İki Kuadropol Fononun Toplamının  $z$  Bileşkesini Veren  $z$  İzdüşümlerinin Kombinasyonları<sup>a</sup>

| $\mu_2$ | $\mu_1$ |    |    |    |    |
|---------|---------|----|----|----|----|
|         | -2      | -1 | 0  | +1 | +2 |
| -2      | -4      | -3 | -2 | -1 | 0  |
| -1      | -3      | -2 | -1 | 0  | +1 |
| 0       | -2      | -1 | 0  | +1 | +2 |
| +1      | -1      | 0  | +1 | +2 | +3 |
| +2      | 0       | +1 | +2 | +3 | +4 |

<sup>a</sup> Girdiler  $\mu = \mu_1 + \mu_2$  durumunu göstermektedir.

### 5.2'den yapılan çıkarım:

$\mu = +4$  ikili (2,2) tek kombinasyon var.

$\mu = +3$  ikili (2,1), (1,2) iki kombinasyon var; fakat biri izinli.

$\mu = +2$  ikili (2,0), (0,2), (1,1) üç kombinasyon var; fakat ikisi izinli.

$\mu = +1$  ikili (1,0), (0,1), (-1,2), (2,-1) dört kombinasyon var; fakat ikisi izinli.

$\mu = 0$  ikili (0,0), (1,-1), (-1,1), (2,-2), (-2,2) beş kombinasyon var; fakat üçü izinli.

$\mu = -1$  ikili (-2,1), (1,-2), (0,-1), (-1,0) dört kombinasyon var; fakat ikisi izinli.

$\mu = -2$  ikili (-1,-1), (0,-2), (-2,0) üç kombinasyon var; fakat ikisi izinli.

$\mu = -3$  ikili (-2,-1), (-1,2) iki kombinasyon var; fakat biri izinli.

$\mu = -4$  ikili (-2,-2) tek kombinasyon var; fakat biri izinli.

Toplam 15 farklı izinli kombinasyon bulunur.

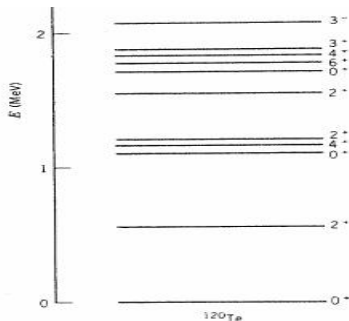
Sonuç olarak şekil 5.19'u baz alırsak,  $0^+$  temel hal enerjisi ile başlanan  $^{120}\text{Te}$  için eklenen tek kuadropol fonon titreşim enerjisi, 2 birim açısal momentum taşıyarak ilk  $2^+$  enerjisini verir. İki fonon titreşim enerjisi ise **iki kat** olacaktır. Ve bu, enerji diyagramında bize 3'lü enerji grubunu ( $0^+, 2^+, 4^+$ ) verir. Bir önceki slayta yapılan ikili çıkarımlarını farklı bir şekilde daha gösterebiliriz.

$\ell = 4$  ise  $\mu = 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4$  toplam  $\mu = \mu_1 + \mu_2$  değerlerini tablo 5.2 de belirtildiği gibi alacaktır.

$\ell = 2$  ise  $\mu = 2, 1, 0, -1, -2$  toplam değerlerini alırken,

$\ell = 0$  ise  $\mu = 0$  değerini alır.

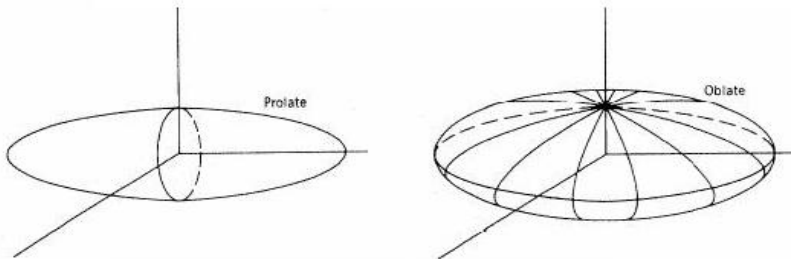
Yani, toplam 15 farklı değer bulunacağı yine görülmektedir. Ayrıca birinci  $2^+$  ve  $4^+$  uyarılmış düzeylerin enerji oranlarının 2 olacağı şekil 5.19'da görülmektedir. Yine benzer gruplamalar, üç kuadropol fonon için  $0^+, 2^+, 3^+, 4^+, 6^+$  durumlarını verecektir. Bir sonraki uyarılmış durum ise  $\lambda = 3$  oktopol modu ile  $3^-$ 'de 2 MeV üzerinde gözlenir.



**Şekil 5.19**  $^{120}\text{Te}$ 'nin düşük enerji düzeyleri. Tek kuadropol fonon (birinci  $2^+$ ), iki fonon-üçlüsü ( $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ ) üç-fonon beşlisi (quintuplet) açıkça görülmektedir.  $3^-$  durumu büyük bir olasılıkla oktopol titreşimden kaynaklanır. 2 MeV'in üzerinde yapı çok karmaşıktır ve titreşim deseni görülmez.

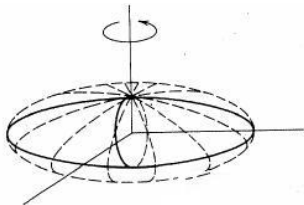


Eğer denge şekli, kuadropol titreşimdeki gibi küresel ise,  $2^+$  durumunun kuadropol momentleri şekil 15.6b'deki gibi  $A < 150$  bölgesinde çoğunlukla sıfırdır. Birinci  $2^+$  durumlarının manyetik momentlerinin değerleri ise şekil 5.16a'daki gibi 0.8 ve 1.0 arasındadır. Hem 5.15b'de  $A < 150$  aralığında hemde 5.19'da ilk uyarılmış durumlar için  $\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = 2$  olarak gözlenebilir. Dolayısıyla, **küresel titreşim modeli** bu çekirdeklerin titreşim yapısının bir kısmını doğrulamaktadır.



**Şekil 5.20** Kalıcı deformasyonlara sahip çekirdeklerin denge şekilleri. Bu çizimler Şekil 5.17 ve Şekil 5.18'den farklıdır. Bunlar hareket eden yüzeyin belli bir andaki görünümü yerine, çekirdeğin statik şeklini göstermektedir.

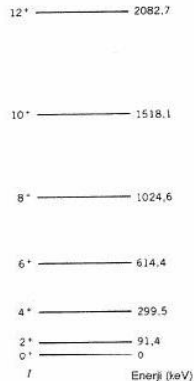
$R(\theta, \phi) = R_{ort}[1 + \beta Y_{20}(\theta, \phi)]$  ve  $\beta = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \frac{\Delta R}{R_{ort}}$  ve  
 $Q_o = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} R_{ort}^2 Z \beta (1 + 0.16\beta)$  ve  $E = \frac{\hbar^2}{2j} I(I + 1)$  burada  $j$   
 eylemsizlik momentidir. Açısal momentum  $\ell = j\omega$  ve dönen cismin  
 kinetik enerjisi  $\frac{1}{2}j\omega^2 = \frac{\ell^2}{2j}$



**Şekil 5.21** Simetri eksenine dik bir eksen etrafında dönen statik prolate dağılım, sonuç olarak yassılmış bir oblate dağılım verir.

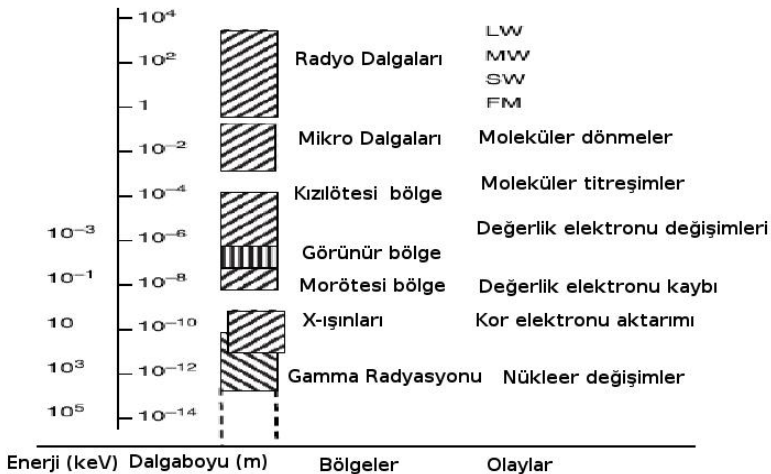
**Şekil 5.22**

$^{164}\text{Er}$ 'ün taban durumunun dönmesinden elde edilen uyarılmış durumlar.



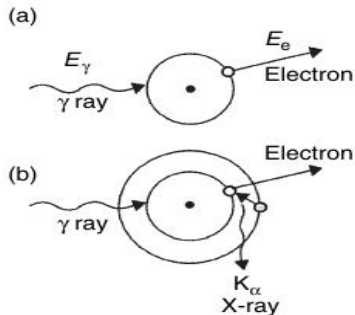
## Krane, ünite 6

- 1 Bozunma Kanunu
- 2 Radyoaktifliğin üretilmesi, bozunumu ve bozunma serileri
- 3 Bozunma türleri( $\alpha, \beta, \gamma$  bozunumu, kendiliğinden fizyon, nükleon yayınlanması, dallanma oranları ve kısmi yarı ömürler)
- 4 Doğal radyoaktiflik
- 5 Radyasyon ölçüm birimleri



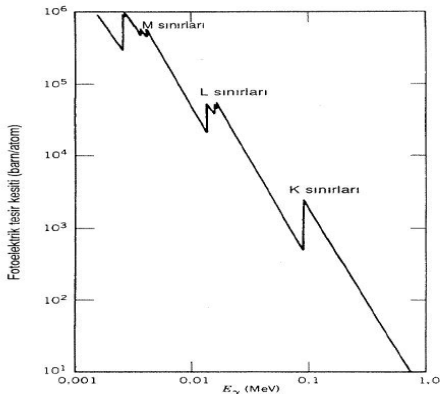
**Elektromanyetik Radyasyon:** Gamma ve X ışınları madde ile esas olarak üç şekilde etkileşirki bunlar sırasıyla: fotoelektrik soğurma, Compton saçılması ve çift oluşumdur.

**Fotoelektrik olay:** Atomca soğurulan gamma ışını, tüm enerjisini bir elektrona aktararak bu elektronun serbest hale geçmesini sağlar. (**Not:** Serbest elektron için çarpışmada momentumun korunumu olmayacağından, elektron her zaman bir atoma bağlı olmalıdır.) Enerjinin korunumu ise  $E_\gamma = T_e + B_e$  şeklinde ifade edilip; elektronun bağlanma enerjisi gelen foton tarafından aşılmalıdırki, atomdan kopan elektron belirli bir kinetik enerjiyle yoluna devam edebilsin.



**Figure 2.4** (a) The mechanism of photoelectric absorption, and (b) the emission of fluorescent X-rays





**Şekil 7.5** Pb'de fotoelektrik tesir kesiti. Kesikli sıçramalar, çeşitli elektron kabuklarının bağlanma enerjilerine karşılık gelir; örneğin, K-elektronu bağlanma enerjisi 88 keV'dir. Tesir kesitini  $\tau$  lineer soğurma katsayısına, dönüştürmek için 0,033 ile çarpmak gerekir,  $\tau$ 'nın birimi  $\text{cm}^{-1}$ 'dir.

Pb atomunun K-kabuğundan elektron sökmek için 88 keV veya daha fazla enerjideki gamma ışınlarının gerektiği görülmektedir. Bu enerji seviyesi fotoelektrik soğurma olasılığında ani artmaya neden olup, bu noktaya **K-sınırı** denir.

*Second Series*

*May, 1923*

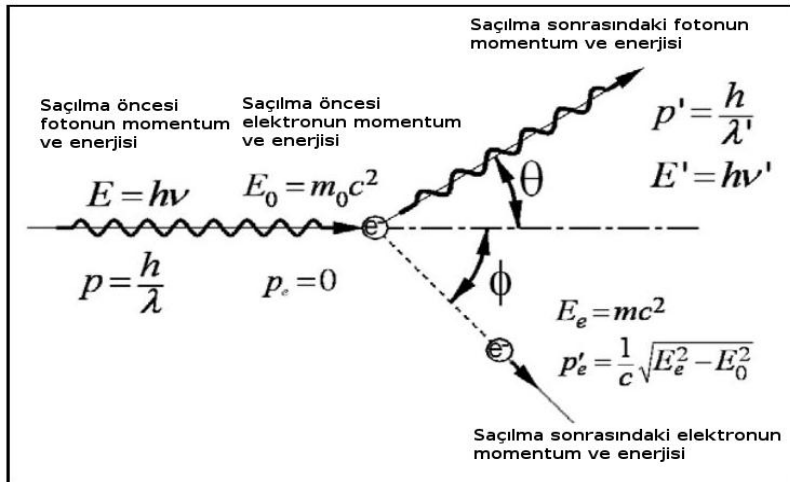
*Vol. 21, No. 5*

THE  
PHYSICAL REVIEW

A QUANTUM THEORY OF THE SCATTERING OF X-RAYS  
BY LIGHT ELEMENTS

BY ARTHUR H. COMPTON

## Compton Saçılması:



Durgun kütlesi  $m_o$  olan bir cisim, relativistik hızlarda  $m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  kütesine sahiptir. Eğer momentumu  $p = m v$  olarak

alırsak ve kütle formülünün karesini alıp tekrardan düzenlersek:

$$m^2 - m^2\left(\frac{v}{c}\right)^2 = m_o^2 \text{ eşitliğin her tarafını } c^4 \text{ ile çarparsak,}$$

$$(m c^2)^2 - (p c)^2 = (m_o c^2)^2$$

$$E^2 - (p c)^2 = E_o^2 \text{ yani } (p c)^2 = E^2 - E_o^2 \text{ bulunur.}$$

Kütlesiz parçacık olan foton için enerji  $E = h \nu = p c = \frac{h c}{\lambda}$  olarak verilir.

Sadece enerjinin korunumu ile elektronun momentumunu bulabiliriz.

$$\begin{aligned}
 h\nu + E_o &= h\nu' + E_e = h\nu' + \sqrt{(p'_e c)^2 + E_o^2} \\
 pc + E_o &= p'c + \sqrt{(p'_e c)^2 + E_o^2} \\
 (p - p')c + E_o &= \sqrt{(p'_e c)^2 + E_o^2} \\
 (p - p')^2 c^2 + E_o^2 + 2(p - p')cE_o &= (p'_e c)^2 + E_o^2 \\
 (p'_e)^2 &= p^2 + (p')^2 - 2pp' + \frac{2(p - p')E_o}{c} \quad (27)
 \end{aligned}$$

Sadece momentumun korunumu ile elektronun momentumunu bulabiliriz.

$$\begin{aligned}
 p &= p' \cos \theta + p'_e \cos \phi && X \text{ eksenindeki momentum korunumu} \\
 0 &= p' \sin \theta - p'_e \sin \phi && Y \text{ eksenindeki momentum korunumu} \\
 (p'_e)^2 \cos^2 \phi &= p^2 + (p')^2 \cos^2 \theta - 2pp' \cos \theta \\
 (p'_e)^2 \sin^2 \phi &= (p')^2 \sin^2 \theta \\
 (p'_e)^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) &= p^2 + (p')^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) - 2pp' \cos \theta \\
 (p'_e)^2 &= p^2 + (p')^2 - 2pp' \cos \theta
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Eğer enerji ve momentumun korunumuyla bulunan elektronun momentumu formüllerini birleştirecek;

$$(p'_e)^2 = p^2 + (p')^2 - 2pp' + \frac{2(p-p')E_o}{c} = p^2 + (p')^2 - 2pp' \cos \theta$$

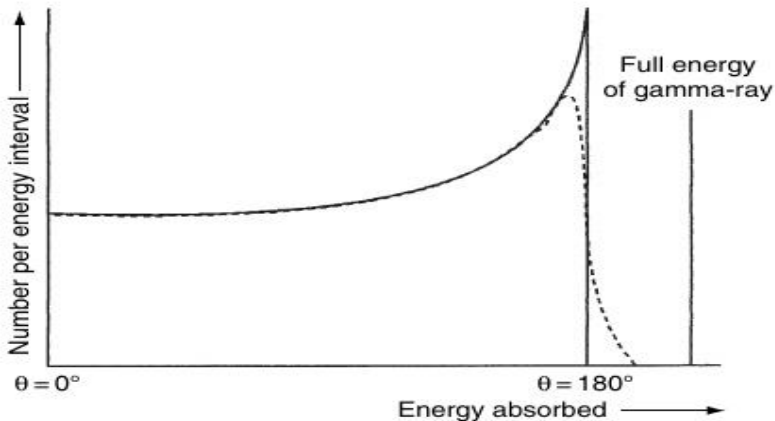
$$\frac{2(p-p')E_o}{c} = 2pp' - 2pp' \cos \theta = 2pp'[1 - \cos \theta]$$

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{c}{E_o} [1 - \cos \theta]$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{E_o} [1 - \cos \theta] \text{ ve } E_e = E - E' = E \left[ 1 - \frac{1}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \right] \quad (29)$$

Burada E gelen fotonun toplam enerjisiyken, E' saçılan fotonun enerjisiyken, E<sub>o</sub> elektronun durgun kütle enerjisidir.



**Figure 2.6** Energy transferred to absorber by Compton scattering related to scattering angle



Önceki slayttaki en son formül, Compton Teorisini kanıtlamada kullanılır. Örneğin, gelen gamma ışını enerjisi olan  $E$  bir sintillasyon detektörüyle kolayca ölçülebilir. Saçılan gamma ışını enerjisi  $E'$  ise saçılma açısı  $\theta$ 'nin fonksiyonu olarak aynı sistemle ölçülebilir. Eğer,  $\frac{1}{E'} - \frac{1}{E}$ 'e karşın  $[1 - \cos \theta]$  grafiği çizilirse;  $\frac{1}{E_0}$  sabit lineer eğrisi eğim olarak bulunur.

Eğer gerekli işlemler yapılırsa Compton saçılması sonrasındaki ve öncesindeki gamma ışını enerjileri oranı  $\theta$  açısının bir fonksiyonu olarak şöyle verilir:

$$P(E_\gamma, \theta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{E_\gamma}{m_e c^2}\right) \cdot (1 - \cos \theta)}$$

Buradaki  $E_\gamma$  gelen fotonun enerjisi olup, bir önceki slaytta  $E$  olarak gösterilmiştir.

Klein-Nishina Formülü olarak bilinen ve tek bir serbest elektrondan saçılan fotonların en düşük seviyedeki quantum elektrodinamik yasalarıyla bulunan diffransiyel tesir kesiti şöyle verilir:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \alpha^2 r_c^2 P(E_\gamma, \theta)^2 \frac{[P(E_\gamma, \theta) + P(E_\gamma, \theta)^{-1} - 1 + \cos^2 \theta]}{2}$$

Burada  $d\Omega$  saçılmanın olduğu katı açı olarak bilinir,  $\alpha$  katsayısı ince yapı sabiti olup, değeri yaklaşık  $\frac{1}{137.04}$  'tür.  $\theta$  saçılma açısı olup,  $r_c = \frac{\hbar}{m_e c}$  indirgenmiş Compton dalga boyu olarak bilinir ve değeri yaklaşık 0.38616pm'dir.

Bu formül aynı zamanda klasik elektron yarıçapı olan  $r_e = \alpha r_c \cong 2.8179 fm$  ile de gösterilebilir.

$$(r_e^2 \cong 7.9406 \times 10^{-30} m^2)$$

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = r_e^2 P(E_\gamma, \theta)^2 \frac{[P(E_\gamma, \theta) + P(E_\gamma, \theta)^{-1} - \sin^2 \theta]}{2}$$

Referans: Davisson ve Evans (D12) veya The Atomic Nucleus by Evans page 683.

Bilindiği gibi katı açı  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ 'dır. Compton olayında saçılan her foton  $\theta$  ve  $\theta + d\theta$  arasındaki katı açı ( $d\Omega$ ) içine düşerken; saçılan her elektron  $\phi$  ve  $\phi + d\phi$  arasındaki katı açı ( $d\Omega' = 2\pi \sin\phi d\phi$ ) içine düşer. Her durumda saçılan foton ve elektron sayısı eşit olacağından, şöyle bir ilişki ortaya çıkar.

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} 2\pi \sin\theta d\theta = \frac{d\sigma_e}{d\Omega'} 2\pi \sin\phi d\phi \text{ yani } \frac{d\sigma_e}{d\Omega'} = \frac{d\sigma_e}{d\Omega} \frac{\sin\theta d\theta}{\sin\phi d\phi}$$

Buradanda  $\theta$  açısıyla saçılan fotonun ve  $\phi$  açısıyla saçılan elektronun açısal dağılımına ulaşılabilir.

Fotonunki:  $\frac{d\sigma_e}{d\theta} = \frac{\sigma_e}{d\Omega} 2\pi \sin\theta$  iken, elektronunki:  
 $\frac{d\sigma_e}{d\phi} = \frac{\sigma_e}{d\Omega'} 2\pi \sin\phi$  olur.

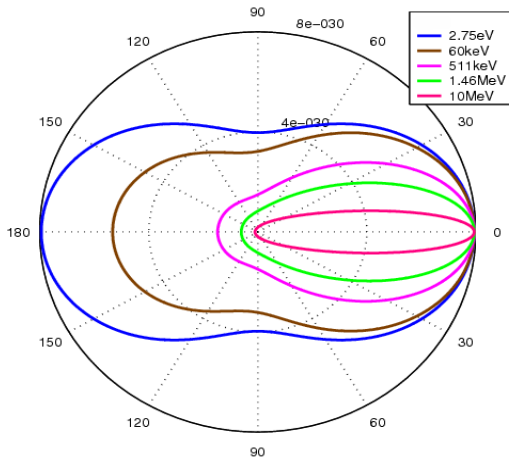
Bu saçılmadaki açısal ilişki şöyle verilmektedir:

$$\cot \phi = (1 + \alpha) \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} = (1 + \alpha) \tan \frac{\theta}{2} \text{ ve } \alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}.$$

Bu ilişkidende,

$$\frac{d\Omega}{d\Omega'} = \frac{\sin \theta d\theta}{\sin \phi d\phi} = \frac{-4(1+\alpha)^2 \cot \phi \csc^3 \phi}{[(1+\alpha)^2 + \cot^2 \phi]^2} = \frac{-1}{1+\alpha} \frac{(1+\cos \theta) \sin \theta}{\sin^3 \phi} \text{ bulunur.}$$

Yukarıdaki  $\frac{d\sigma_e}{d\Omega}$  formülü aşağıda çizilmiştir.



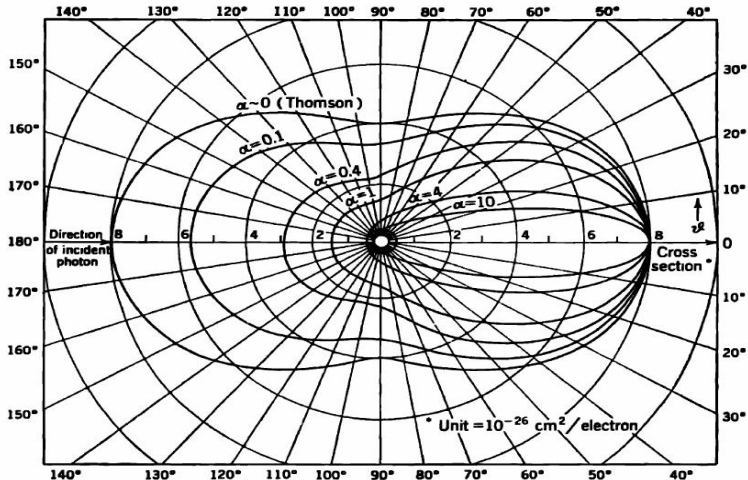


Fig. 2.3 The number of photons scattered into unit solid angle  $d(\sigma)/d\Omega$ , at a mean scattering angle  $\theta$ , Eq. (2.8). [From Davisson and Evans (D12).]

$$\frac{d\sigma_e}{d\theta} = \frac{d\sigma_e}{d\Omega} 2\pi \sin \theta$$

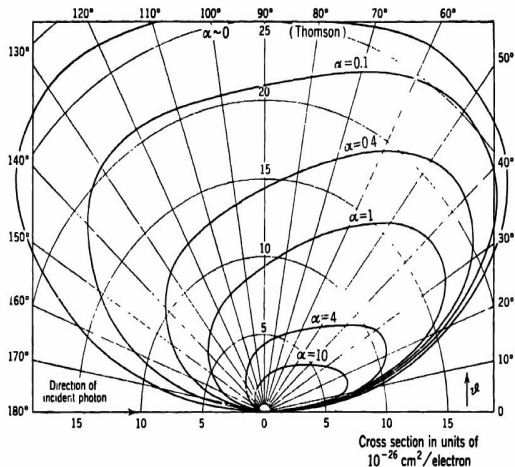
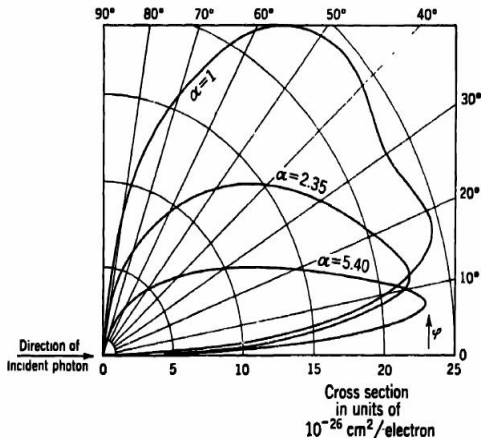


Fig. 4.1 Number-vs-angle distribution of Compton scattered photons,  $d(\sigma)/d\theta$ , Eq. (4.1). [From Davison and Evans (D12).]

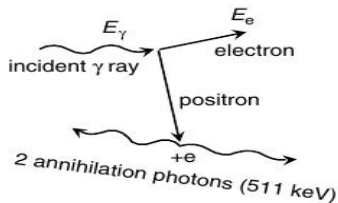
$$\frac{d\sigma_e}{d\phi} = \frac{d\sigma_e}{d\Omega'} 2\pi \sin \phi$$



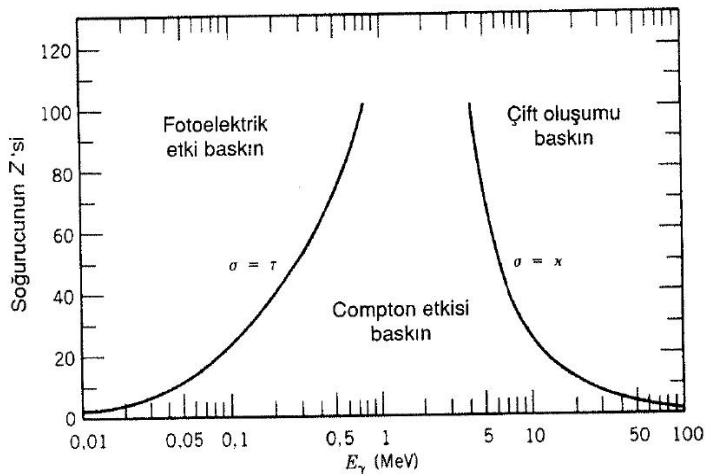
**Fig. 4.2** Number-vs-angle distribution of Compton electrons,  $d(\sigma)/d\phi$ , Eq. (4.5), for primary photon energies  $h\nu_0 = 0.51$  Mev ( $\alpha = 1$ ), 1.2 Mev ( $\alpha = 2.35$ ), and 2.76 Mev ( $\alpha = 5.40$ ). [From Davisson and Evans (D12).]



**Çift Oluşum:** Bu işlemde foton elektron-pozitron çifti üretir ve kendisi yok olur. Enerjinin korunumu bize  $E_\gamma = T_+ + mc^2 + T_- + mc^2$  ifadesini verirken; aynı fotoelektrik olaydaki gibi momentumun korunumu için ağır bir atomun varlığına ihtiyaç duyulur. Fakat, atoma verilen tepme enerjisi ihmal edilebilir. Çift oluşum için  $2mc^2$ 'lik minimal enerji olan 1.022MeV enerjisi öncelikle aşılmalıdır. Aşağıdaki figürde çift oluşumun 5MeV üstü foton enerjilerinde baskın hale geçtiği görülmektedir. Tesir kesiti  $\kappa \propto Z^2 f(E_\gamma, Z)$  ile orantılıdır. 1.022MeV threshold enerjisi sonrası  $f(E_\gamma, Z)$  devamlı enerji ile artar.



**Figure 2.7** The mechanism of pair production



Şekil 7.8 Üç  $\gamma$ -ışını etkileşme işlemi ve bunların baskın olduğu bölgeler

Bir foton bir hedefe çarptığında yukarıdada belirtilen yollarla ya yok olur yada saçılmaya uğrar. Bunların dışında kalan fotonlar ancak sisteme ulaşır. Bir fotonun yok olması için birim uzunluk başına toplam olasılık, **toplam lineer inceltme katsayısı** ( $\mu_T$ ) adını alır. Bu değer, fotoelektrik soğurma ( $\tau$ ), Compton saçılması( $\sigma$ ), çift oluşum ( $\kappa$ ) ve Rayleigh (elastik) saçılması ( $\sigma_{RS}$ ) olasılıklarının toplamını teşkil eder. **Soğrulma katsayıları** ve **tesir kesitleri** toplamı şeklinde şöyle yazılır:

$$\mu_T = \mu_\tau + \mu_\sigma + \mu_\kappa + \mu_{\sigma_{RS}} \text{ ve } \frac{\mu_T}{\rho} = \left(\frac{N_A}{A}\right)(\tau + \sigma + \kappa + \sigma_{RS})$$

Linear Compton soğurma tesir kesiti  $\sigma \propto f(E_\gamma)$  iken  $f(E_\gamma) \propto \frac{1}{E_\gamma}$  le orantılıdır. Buradan  $\mu_{cs} = constant \times \sigma \times f(E_\gamma)$  ile ifade edilir. Buradaki sabit terim çekirdeğin  $\frac{A}{Z} \cong 2$  oranından gelir.

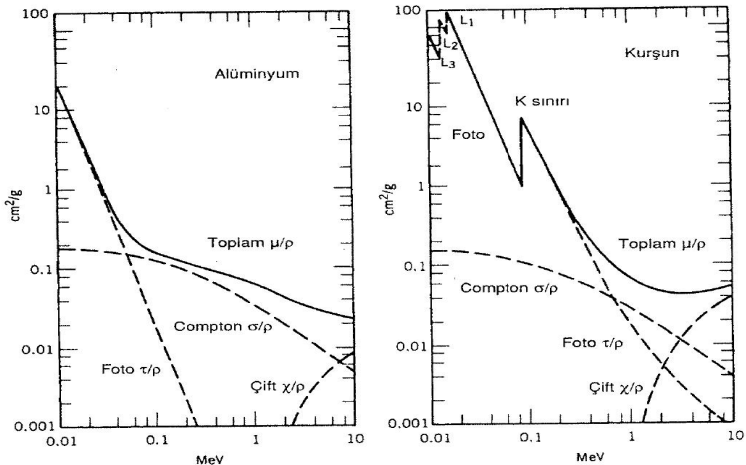
$\tau \propto \frac{Z^n}{E_\gamma^m}$  (n,m 3-5 arasındadır.) orantısına göre ağır atomlar daha iyi gamma emicidir ve detektör yapımında tercih edilirler.

Rayleigh saçılması enerji emiliminde rol almadığı için toplam soğurma katsayısı hesabına katılmaz. Bu formül bir sonraki slaytta gösterilmiştir.

$\frac{\mu_T}{\rho}$  ifadesi  $(1/cm)/(g/cm^3) = cm^2/g$  birimini verir. Bu inceltme katsayısı, belirli enerjideki gamma ışınının belirli bir materyaldeki etkileşim olasılığını vermektedir. Toplam soğurma katsayısı, etkileşimdeki enerji aktarılan materyal elektronunun enerjisinin, gelen fotonun enerjisine oranı olan ve 'f' ile gösterilen katsayıları da hesaba katmalıdır.

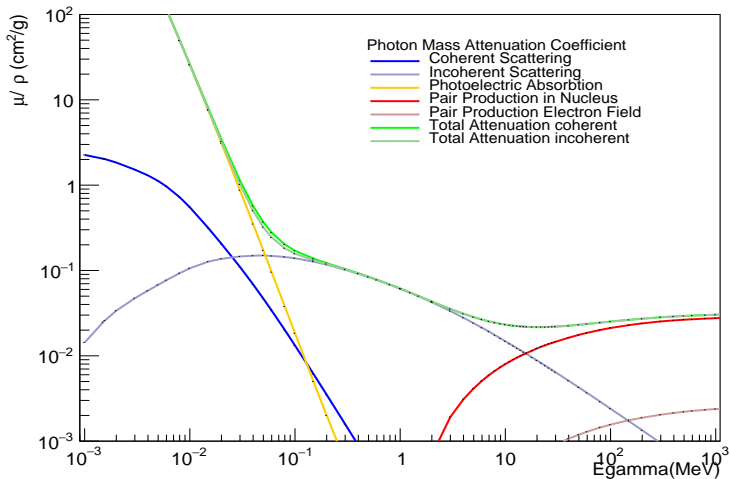
$$\frac{\mu_T}{\rho} = \left(\frac{N_A}{A}\right)[(\tau \times f_\tau) + (\sigma \times f_\sigma) + (\kappa \times f_\kappa)]$$

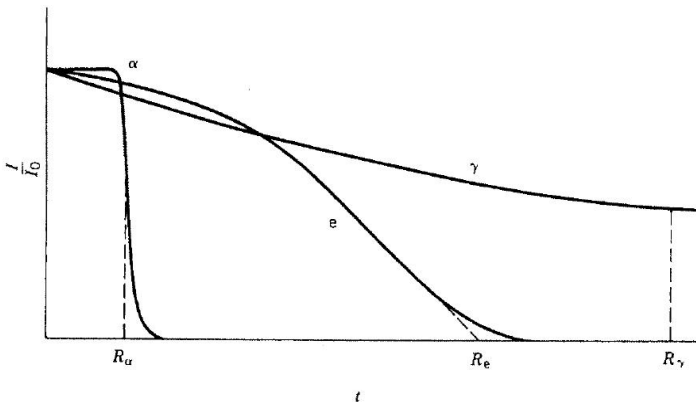
Rayleigh saçılmasının burada enerji soğurulmasına bir katkısı yoktur. Daha detaylı işlemlerde bremsstrahlung ve fluorescence olaylarıyla kaybedilen enerjilerde göz önünde bulundurulmalıdır. (Hubell'in 1982 deki tablolarına bakılabilir.)



**Şekil 7.10** Al ve Pb içinde üç etkileşme için yoğunluğa bölünerek (materyal içindeki elektron sayısından ileri gelebilecek etkileri, önlemek için) elde edilmiş lineer inceltme katsayılarına eşit olan foton kütle inceltme katsayıları.

Şekil 1000 olay için çizilmiştir.

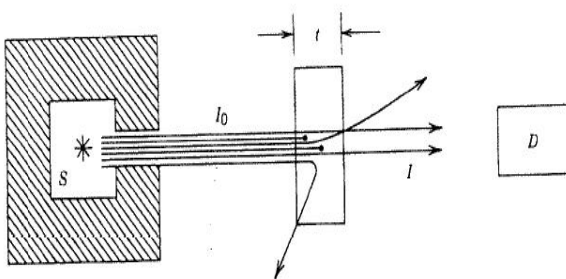




**Şekil 7.11** Şekil 7.9'a benzer geometride ölçülen geçen şiddet.  $\alpha$ 'lar için  $I$ 'nin  $I_0 = 0,5$ 'e karşılık gelen değeri, ortalama menzildir; fotonlar için ortalama menzili, basit üstel bağımlılığı kullanarak benzer şekilde tanımlayabiliriz. Elektronlar için, şekilde gösterildiği gibi, soğurma eğrisinin doğrusal kısmı uzatılarak *ekstrapole* edilmiş menzil tanımlamak adettir. Yatay eksen her yerde doğrusal değildir;  $\gamma$ 'lar için menzil  $\alpha$ 'larınınkinin  $10^4$  katı olabilir.



Hedef materyalin herhangi bir  $dx$  kalınlığını geçen radyasyon şiddetindeki azalma ise  $\frac{dI}{I} = -\mu dx$  iken  $t$  (veya  $x$ ) kalınlığını geçen radyasyon için  $I = I_0 e^{-\mu t}$  bulunur.

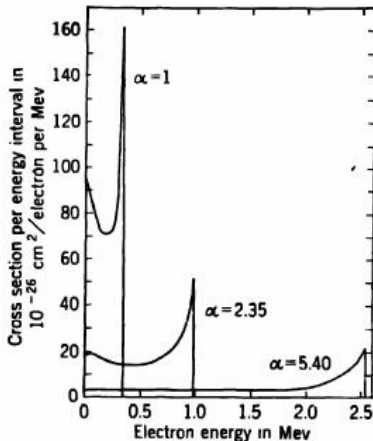


**Şekil 7.9** Radyasyonun  $t$  kalınlıklı bir materyalde soğurulmasını ölçmek için bir deney düzeneği. S kaynağından çıkan bir radyasyon demeti dar bir aralıktan geçtikten sonra hedef tarafından saçılır veya soğurulur. Kalan  $I$  şiddeti D dedektörüne ulaşır.

Eğer çift oluşum olayının oluşması için gereken enerjiden fazla enerji gelir ve yok olma olayı gerçekleşirse (elektron ve pozitronun birleşmesi), oluşan bu ekstra gamma ışını detekte edilen doza katkıda bulunur. Buna **build-up** yani üste ekleme olayı denir. Bu durumda:

$I = I_0 e^{-\mu t} \times B$ , burada 'B' build-up faktörüdür.

Tıpta lineer hızlandırıcı çalışma prensibi : [▶ izlemek için tıklayınız.](#)



**Fig. 5.1** Energy distribution of Compton electrons produced by primary photons whose energies are 0.51 Mev ( $\alpha = 1$ ), 1.2 Mev ( $\alpha = 2.35$ ), and 2.76 Mev ( $\alpha = 5.40$ ). [From Davisson and Evans (D12).]

1)-Enerji Ölçümleri ve Detektör İçindeki Etkileşimler

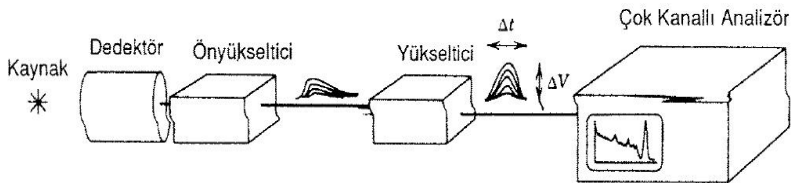
2)-Detektör türleri:

- 1 Gazlı Sayaçlar
- 2 Sintilasyon Detektörleri
- 3 Yarı-iletken Detektörler
- 4 Manyetik Spektrometreler
- 5 Sayaç Teleskoplar
- 6 Çok Telli Orantılı Sayaçlar
- 7 Kutuplayıcılar (Polarimetreler)

3)- Sayma İstatistiği ve Enerji Ölçümleri

4)- Yarı Ömür Ölçümleri

## Detektörle Enerji Ölçümleri:



**Şekil 7.23** Bir kaynaktan yayınlanan radyasyonların enerji ölçümlerinde kullanılabilen elektronik düzeneğin şematik gösterimi. Önyükseltici ve yükseltici arasındaki pulslar genellikle kısa yükselme zamanına (ns) ve uzun bozunma zamanına (ms) sahiptir. Genlikleri milivolt kadardır.  $\Delta t$  ( $\mu s$ ) genişlik ve  $\Delta V$  (bir kaç volt) yüksekliğindeki pulslar daha simetriktir. Çok kanallı analizör ekranı,  $\Delta V$ 'yi yatay ekseninde gösterir.

## Çok büyük bir detektör içindeki etkileşimler:

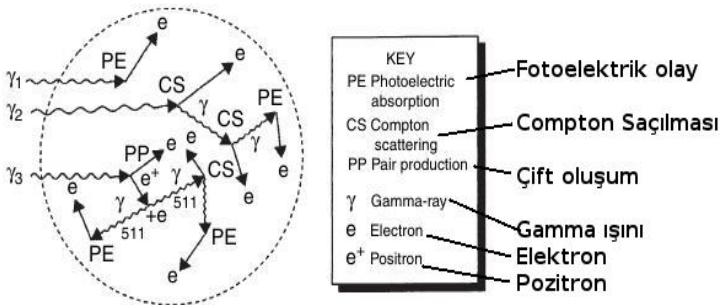


Figure 2.8 Çok büyük bir detektör içindeki mümkün etkileşimlere örnekler

# Gamma Spektroskopisinde Pratik Noktalar

Büyük detektörlerin gamma yakalama olasılıkları fazladır. Bu yüzden, spektrumlarında büyük fotopik alanı verirlerken, daha küçük Compton süreklilik alanı gözlenir. Yani, pik/Compton süreklilik oranı fazladır.

## Çok küçük bir detektör içindeki etkileşimler:

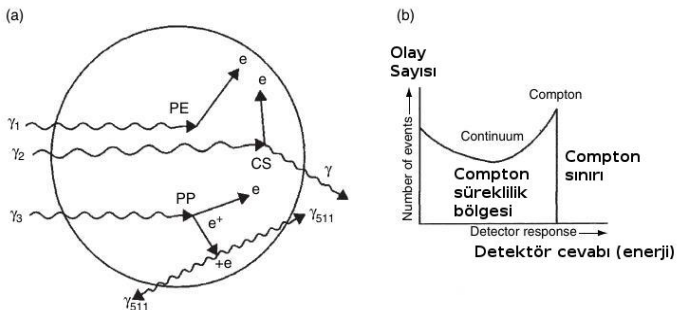
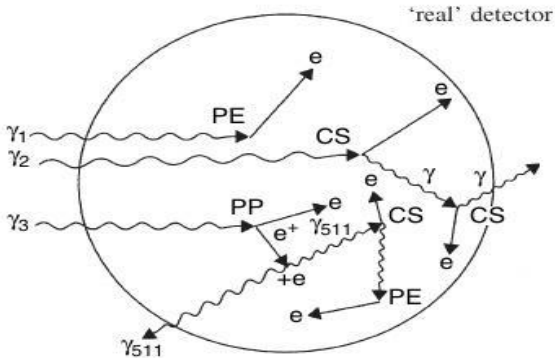


Figure 2.9 (a) Interaction histories within a very small detector, and (b) the detector response from Compton interactions

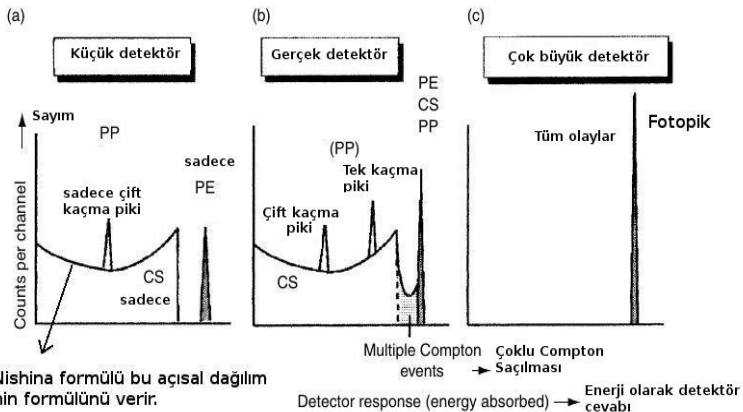


## Gerçek bir detektör içindeki etkileşimler:



**Figure 2.10 Gerçek detektör ölçütlerinde oluşan muhtemel olaylar**

## Detektör içindeki etkileşimlerin özeti:



**Figure 2.11** Spectra expected from detectors of different sizes. The larger the detector, the higher the proportion of events resulting in complete absorption: PE, photoelectric effect; CS, Compton scattering; PP, pair production (Çift oluşum)

# Detektör zırhlaması içinde olan etkileşimler

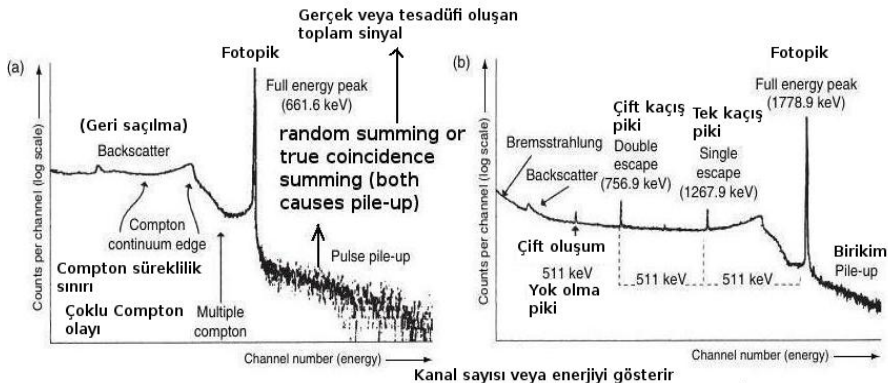


Figure 2.12 Çeşitli spektrum özelliklerini yansıtan örnek bir spektrum (a)  $^{137}\text{Cs}$ ; (b)  $^{28}\text{Al}$  ← Kaynaklar

# Detektör zırhlaması içinde olan etkileşimler

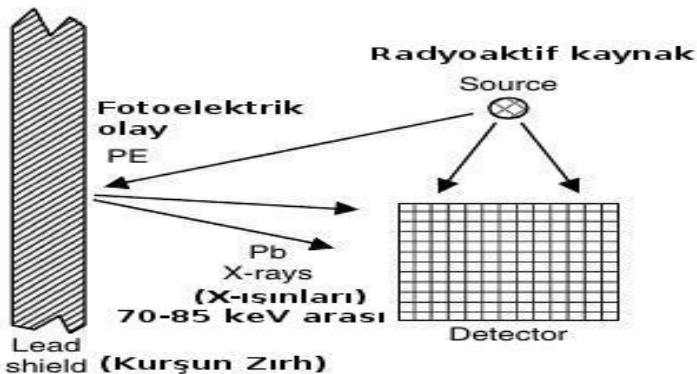
Yukarıdaki figürde, fotopikin sağında kalan ve normalde gözlenmemesi gereken bölge, sadece **üst-üste gelme (pile up)** durumlarında gerçekleşir ve **yapay bir sinyal**dir. Yani gamma ışınının maddeyle etkileşmesiyle oluşan ve önceden listelediğimiz doğal olaylardan biri değildir. Sadece detektöre iki gamma ışınının **aynı anda** gelerek toplamları kadar bir sinyal oluşturmasıyla gerçekleşir. Bu tamamen istatistiksel bir olaydır. Bunda, ışımaya yapan çekirdeğin yaptığı ışımalar, kaynak ve detektör geometrisi ve detektörü çevreleyen ortamdaki diğer materyallerde rol oynar.

# Detektör zırhlaması içinde olan etkileşimler

Bir önceki figürdede gözlemlendiği gibi **zırh** içindeki etkileşimleri şöyle sıralayabiliriz :

- 1 Fotoelektrik etkileşme
- 2 Compton Saçılması
- 3 Çift oluşum
- 4 Bremsstrahlung
- 5 Pile up (yada random coincidence summing) veya gerçek eşzamanlı toplam (true coincidence summing)
- 6 Gamma ışını soğurulması

# Detektör zırhlaması içinde olan fotoelektrik olay



**Figure 2.13** X-ışınları üreten kurşun (Pb) zırhın içinde oluşan fotoelektrik olay

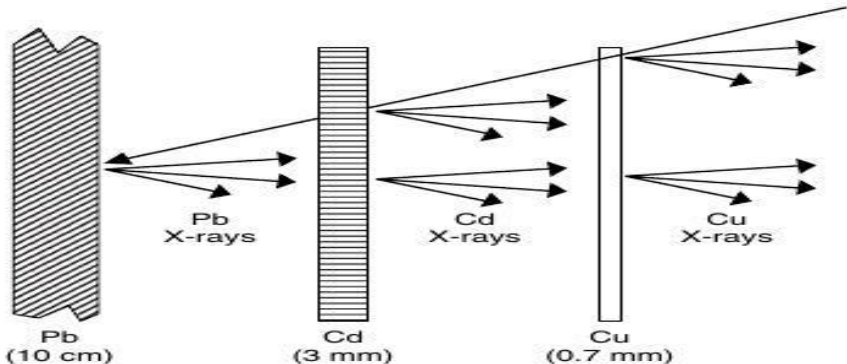
## Detektör zırhlaması içinde olan fotoelektrik olay

Figür 2.13'te gösterilen, zırhlama içinde gerçekleşen fotoelektrik olay sırasında oluşabilecek muhtemel X ışını oluşumu ve zırhlamadan kaçışı, figür 2.14'te kurulan kademeli zırh yöntemiyle düşük enerjili gamma spektrumu analizinde, sorun olmaktan çıkarılabilir.

Figür 2.14'te kadmium (Cd) zırh, kurşun zırhtan gelen X ışınlarını emer. Bu olay, ikinci sıradaki kadmium zırhta floresans X ışınları (fluorescent X-rays) oluşumuna sebep olabilir. Bu ikincil X ışınları sonrasında bakır (Cu) zırh tarafından emilir. Bakır zırhta olası bir X ışını oluşumu problem oluşturmaktan uzaktır, zira bu X ışınlarının enerji aralığı 8-9 keV civarında oldukça düşük enerjilerdedir.

Bir diğer çözüm, kalın zırhlama kullanmak ve bunları detektör-radyoaktif kaynak ikilisinden uzak tutmak olacaktır. Böylece, hem zırha ulaşan gamma ışını şiddeti azaltılır hemde detektöre yetişebilecek X ışını miktarı azaltılmış olur. Bu ikincil çözümün maliyeti arttıracak unutulmamalıdır. Bu yüzden, kademeli zırhlama tercih edilmektedir.

# Detektör zırhlaması içinde olan fotoelektrik olay

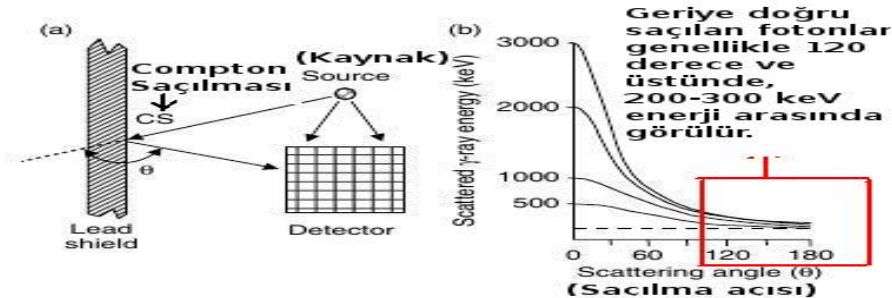


**Figure 2.14 Sınıflandırılmış zırhların bir bileşimi (kompozisyonu)**



# Detektör zırhlaması içinde olan Compton saçılması

Geride saçılan fotonun enerji aralığının, gelen fotonun enerjisinden bağımsız olduğu görülür. Kalın zırhlama ile problem çözülebilir.



**Figure 2.15** (a) Zırhtan geri saçılan radyasyon ve (b) Geride saçılan gamma ışınının saçılma açısının bir fonksiyonu olarak gösterimi

# Detektör zırhlaması içinde olan çift oluşum

Zırh içinde oluşan çift oluşum ve onu takip eden yok olma olayları sırasında birbirinin  $180^\circ$  zıttı giden  $0.511$  MeV'lik iki gamma ışını oluşur. Fakat, sadece detektör istikametine giden yakalanabileceği için, gamma spektrumunda tek bir  $0.511$  MeV'lik gamma görünür. Figür 2.12b incelenebilir. Figür 2.12a  $1.022$  MeV çift oluşum eşik değerinin üstünde gamma ışını yayınlamadığından,  $0.511$  MeV'lik yok olma pikide gözlenmez.

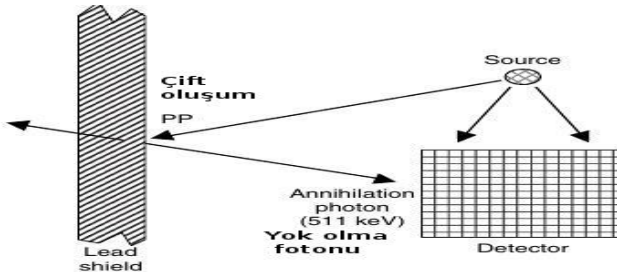


Figure 2.16 Zırhlama içinde oluşan çift oluşum sonucu kaçan gamma ışınının detektöre geri gelmesi

# Detektör zırhlaması içinde olan çift oluşum

Unutulmamalıdırki, üç farklı 0.511 MeV'lik gamma piki oluşum nedeni olabilir. Özellikle  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{65}\text{Zn}$  ve  $^{64}\text{Cu}$  çekirdeklerdeki pozitron yayılımında gözlenebilir. Nedenler:

- 1 çekirdeklerdeki pozitron salınımı,
- 2 kaynaktan gelen yüksek enerjili gamma ışınlarının zırhta oluşturduğu çift oluşum,
- 3 yüksek enerjili kozmik ışınların zırhta oluşturduğu çift oluşum olarak sıralanabilir.

# Detektör zırhlaması içinde olan Bremsstrahlung

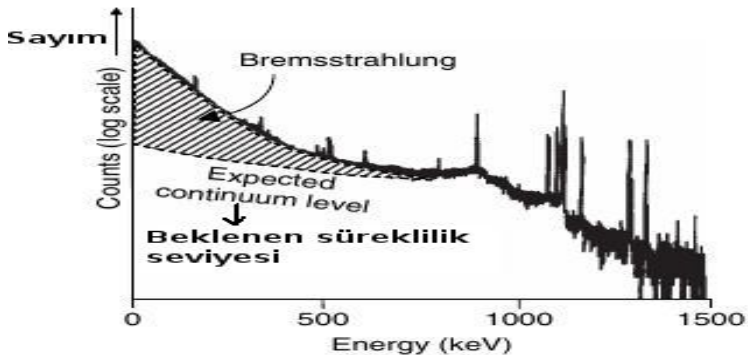


Figure 2.17 Işınlanan biyolojik örneğin içindeki 1.711 MeV'lik  $^{32}\text{P}$  beta parçacıklarının oluşturduğu Bremsstrahlung bölgesi

# Detektör zırlaması içinde olan Bremsstrahlung

Beta parçacığı yayan herhangi bir kaynak, gamma spektrumunda dominant Bremsstrahlung spektrum bölgesi içerecektir. Pratikte, bu olay sadece 1MeV üssü beta enerjileri için önemlidir. Tıpkı, figür 2.12b'deki 2.8 MeV enerjili beta parçacığı yayan  $^{28}\text{Al}$  olduğu gibi. Bu radyasyonun varlığı, düşük enerjilerde pik background bölgesindeki sayım sayısında istenmeyen bir artışa neden olur ve ölçümün kesinliğini azaltır. Figür 2.17 incelenebilir.

# Detektör zırhlaması dizaynı

Detektör zırhlarının amacı, background (arka plan) kaynaklarından detektöre gelen radyasyonun miktarını azaltmaktır. Bu background sayımları, çevresel kaynaklı olabilirken, doğal Potasyum ( $^{40}K$ ) veya Uranyum ( $^{235}U$ ,  $^{238}U$ ) ve Thoryum ( $^{232}Th$ ) bozunma zinciri ürünleri olabileceği gibi kozmik ışın kaynaklı da olabilir.

Bir sonraki tablo 2.1 deki gibi kurşuna (Pb) kıyasla aynı düzeyde soğurulma sağlamak için daha kalın miktarlarda demir (Fe) ve bakır (Cu) zırhlar kullanılmalıdır. Fakat, modern demir çoğu kez  $^{60}Co$  içerdiği için ya eskitilmiş demir yada farklı bir zırh maddesi kullanılması daha iyi olacaktır.

# Detektör zırhlaması dizaynı

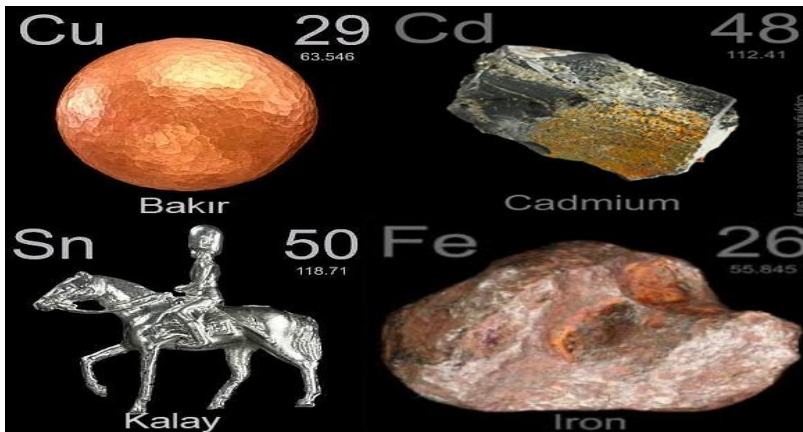
Bir diğer detay ise önceden gösterdiğimiz şekil 7.8'deki bölgesel olarak dominantlığı farklılaşan olay türleridir. Örneğin, zırhın atom numarası ( $Z$ ) arttıkça Compton saçılmasının önemi fotoelektrik olaya kıyasla azalmaktadır. Dolayısıyla kurşun demire kıyasla daha az gamma ışınının Compton saçılması yapmasına neden olur. Buda zırhı geçecek daha az saçılan gamma ışını veya daha az geri saçılma (backscattered) gamma ışını anlamına gelir.

Genel olarak 100-150mm kurşun optimum olarak kabul edilir. Kurşun zırhtan detektöre gelen gamma ışınları gamma spektrumunda kurşun floresans X-ışını pikleri görülmesine neden olacağından, analiz sırasında karşılaşılabilecek bu problem zırhın detektörden en azından 10cm uzağa yerleştirilmesiyle azaltılabilir.

# Detektör zırhlaması dizaynı

Zırhlamada kullanılan elementler atom numarasına göre:

${}_{26}\text{Fe}$ ,  ${}_{29}\text{Cu}$ ,  ${}_{48}\text{Cd}$  ve  ${}_{50}\text{Sn}$ .





# Detektör zırhlaması dizaynı

Kullanılan elementler atom numarasına göre:  $_{29}\text{Cu}$ ,  $_{48}\text{Cd}$ ,  $_{50}\text{Sn}$  ve  $_{56}\text{Fe}$ .

**Table 2.1** Bazı zırh maddelerinde gamma radyasyonunun sönümlenmesi

| Foton Enerjisi (keV) | Zırh maddesi | Kütle soğurma katsayısı $\text{m}^2/\text{kg}$ | yoğunluk ( $\text{kg m}^{-3}$ ) | 1000 kez soğurulma miktarı sağlayan kalınlık (mm) |
|----------------------|--------------|--|---------------------------------|---|
| 1000                 | Fe           | 0.005994                                       | 7860                            | 147   |
|                      | Cu           | 0.005900                                       | 8920                            | 131   |
|                      | Pb           | 0.007103                                       | 11350                           | 86  |
| 80 (Pb X-rays)       | Cu           | 0.07587  | 8920                            | 10.2  |
|                      | Cd           | 0.2736   | 8650                            | 2.9   |
|                      | Sn           | 0.3013   | 7280                            | 3.1   |
| 30 (Cd X-rays)       | Cu           | 1.083  | 8920                            | 0.7   |

## Detektör zırhlaması dizaynı

Yukarıdaki tablo dikkatli incelendiğinde 0.7mm Cu veya 3.1mm Sn veya 2.9mm Cd'un ancak X-ışını şiddetini 1000 kez azaltmaya yeteceğini görürüz. Hepsi aynı işi farklı kalınlıklarda yapabilmektedir. Floresans X-ışını zırh içine hafif elementlerin karıştırılmasıyla kolaylıkla durdurulabilir.

Zırh metaryali kıyaslarken hem fiyat hemde kullanılabilirliği dikkate alınmalıdır. Kadmiyum (Cd) yapıcı sağlamken, bakır (Cu) veya kalay (Sn) yumuşak ve bükülüp kırılabilir maddelerdir. Bu yüzden bütün özellikler kıyaslanmalıdır.

Düşük atom numaralı maddelerin, saçılan Compton radyasyonu sayısını arttıracak ve düşük enerjilerde Compton süreklilik eğrisini arttıracak hatırlanmalıdır.

# Detektör zırhlaması dizaynı

Kadmiyum (Cd) ayrıca termal nötron yakalama tesir kesitinin fazla olması sebebiyle nötron yakalama reaksiyonlarında 558 keV enerjili gamma ışını yayabilmektedir. Bu yüzden kadmiyum kullanımı bu gibi deneylerde sakınılmalıdır. Onun yerine düşük nötron yakalama tesir kesitli kalay (Sn) kullanılabilir.

Kadmiyumun (Cd) yüksek maliyeti tekrar tekrar kullanımını teşvik ederken, nükleerle uğraşılan alanlarda buna dikkat edilmelidir. Bu gibi alanlarda Cd zırh olarak kullanılır. Sağlık fiziğinde ve atık olarak kararlı olarak kabul edilen Cd çekirdeği, 443 günlük yarı ömürlü  $^{109}_{48}\text{Cd}$  çekirdeği olarak 88.03 keV lik gamma yayınlamaktadır.

# Detektör zırhlaması dizaynı

Toxik bir madde olan kadmiyum (Cd) ile uğraşılırken gerekli tedbirler alınmalıdır. Kadmiyum hiçbir koşulda gerekli havalandırma sağlanmadan ateşle kesilmemeli veya lehimlenmemelidir. Gerekli şekil verilen kadmiyumu cilalamak temasla gelebilecek zararları azaltır.

Çelik veya zırhlar içinde olabilecek  $^{60}\text{Co}$  gibi safsızlık sağlayan karışımlara ilaveten detektör sistemi etrafındaki yapı malzemeleri (çimento gibi) ayrıca bir background sayımına neden olabilmektedir. Bu özellikle düşük aktiviteli sayımlarda önem arz eder.

# Gamma Spektroskopisinde Pratik Noktalar

Gamma ışınları madde ile elastik (Rayleigh) veya elastik olmayan etkileşimler yapar. Enerji emilimine (kayıdı) sadece inelastik saçılmalar neden olurken; her iki saçılma türünde gamma şiddeti soğrulmasına katkı sağlar. **Gamma enerjisi**, maddeye enerjik **elektron** veya **pozitronlar** vasıtasıyla aktarılır. Bu parçacıkların kinetik enerjileri **ikincil elektronlarca** sisteme dağıtılırki; bu **ikincil elektronlar** detektör sinyalini oluşturur.

Tipik bir gamma spektroskopisinde optimum bir zırhlama, 100mm kurşundan (Pb), 3mm kadmium (Cd) veya kalaydan (Sn) yada 0.7mm bakırdan (Cu) fazlasına ihtiyaç duymaz. Açık geometri kullanılan durumlarda, build-up (takviye) faktörü  $B$ ,  $I = I_0 e^{-\mu x} \times B$  şeklinde gamma demeti şiddetindeki değişimi gösteren formüle entegre edilmelidir.

# Gamma Spektroskopisinde Pratik Noktalar

İnelastik saçılmalar şöyle sıralanır:

- 1 Fotoelektrik Olay (ve X-ışını kaçış pikleri, fluorescent ışın nedeniyle)
- 2 Compton Saçılması (Compton edge ve continuum oluşturur)
- 3 Çift Oluşum (Pair production). Bu olayda, tek veya çift kaçış pikleri spektrumda görülebilir.

Detektör zırlamasıyla gamma ışınları etkileşmesi sonucu gözlenebilecek olaylar:

- 1 Fluorescent X-ışınları (genellikle Pb'den), fotoelektrik olay
- 2 Geri saçılma piki (Backscatter peak-511 keV), Yüksek açıyla yapılan Compton saçılmaları 200 keV'de geniş bir dağılım verir.
- 3 511 keV yok olma piki (Annihilation peak), detektör etrafındaki maddelerde çift oluşum gözlenir ve bu piklerden biri detektörden kaçabilir. Birçok nötron eksiği (protona kıyasla) olan çekirdek **pozitron** yayabilir ve yok olma piki oluşturabilir.

Sis odası (Cloud Chamber) çalışma prensibi :

► izlemek için tıklayınız.

Hans Bethe 1930 tarafından bulunan durdurma gücü:

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{z^2}{\beta^2 c^2}\right) \left(\frac{4\pi Z N_o \rho}{m_e A}\right) \left[\ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I}\right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2\right]$$

Burada  $\beta = \frac{v}{c}$  ve  $v$  parçacığın hızıdır.  $z$  parçacığın atom numarası,  $Z$ ,  $A$ ,  $\rho$  ise sırasıyla durdurucu materyalin atom numarası, atom ağırlığı ve yoğunluğudur.  $N_o$  ise Avogadro sayısıdır.  $I$  değeri ise atom elektronlarının ortalama uyarılma enerjisini temsil eder. Havada bu değer 86eV iken, Alüminyum için 163eV olur.

$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_c + \left(\frac{dE}{dx}\right)_r$  Burada c ve r harfleri elektronun hem çarpışmalar ile hemde **Bremsstrahlung** denilen yani **ışınım** ile madde içinde kaybettiği enerjiyi temsil eder.

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_c = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{2\pi N_o Z \rho}{m_e c^2 \beta^2 A} \left[ \ln\left(\frac{T(T + m_e c^2)^2 \beta^2}{2I^2 m_e c^2}\right) + (1 - \beta^2) - (2\sqrt{1 - \beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1 - \beta^2})^2 \right] \quad (30)$$

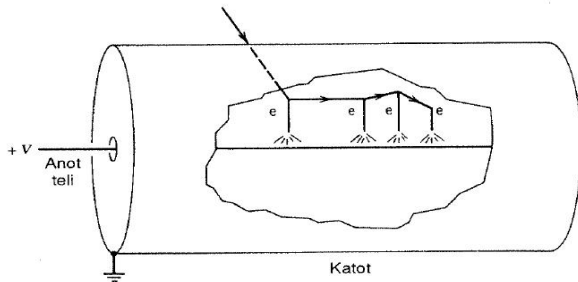
$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_r = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{Z^2 N_o (T + m_e c^2) \rho}{137 m_e^2 c^4 A} \left[ 4 \ln \frac{2(T + m_e c^2)}{m_e c^2} - \frac{4}{3} \right] \quad (31)$$

İşınım kayıpları sadece göreceli enerjilerde geçerlidir. 1MeV altında

ışınım ile olan kayıplar ihmal edilebilir.

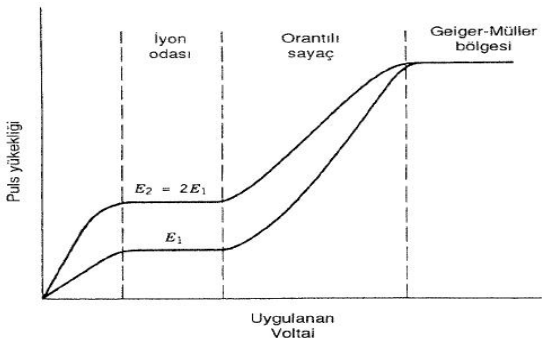


## Gazlı Sayaçlar



**Şekil 7.12** Bir silindirik orantılı sayaç geometrisi. Gelen radyasyon pekçok elektron-iyon çifti üretimine neden olur. Elektronlar, anot telinin yakınına ulaşmaya kadar nispeten yavaşça sürüklenirler. Anot telinin yakınında hızlı bir şekilde ivmelenirler ve pekçok ikincil iyonlaşma meydana getirirler.

## Gazlı Sayaçlar



**Şekil 7.13** Farklı gazla doldurulmuş sayaçlar tarafından meydana getirilen puls yükseklikleri. İki radyasyonun enerjisi 2 çarpanı kadar farklıdır. Geiger-Müller bölgesinde tüm radyasyonlar aynı çıkış puls yüksekliğini verir; diğer bölgelerde çıkış puls yüksekliği, birincil iyonlaşmada radyasyon tarafından verilen enerji ile orantılıdır.

Geiger Müller sayacının çalışma prensibi :

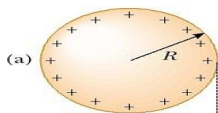
[▶ izlemek için tıklayınız.](#)

Radyasyonun iyonlaştırıcı özelliği:

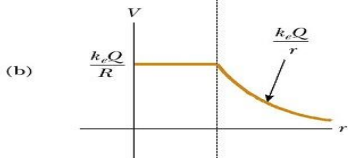
[▶ izlemek için tıklayınız.](#)

## Gazlı Sayaçlar

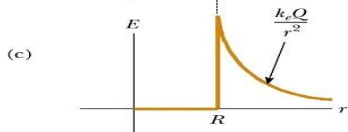
Silindirik Gaiger Müller tüpü için ise,  $E(r) = \frac{V}{r \cdot \ln(b/a)}$ , burada  $b$  katodun iç yarıçapı iken,  $a$  anotun dış yarıçapıdır.



(a)  $R$  yarıçaplı iletken kürenin fazla olan yükü küre yüzeyine eşit olarak yayılmıştır.

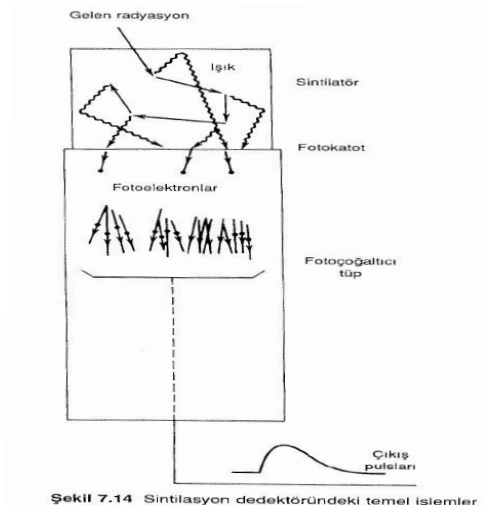


(b) Elektriksel potansiyelin, yüklü iletken kürenin merkezinden itibaren yarıçapa bağlı değişimi gösterilmiştir.



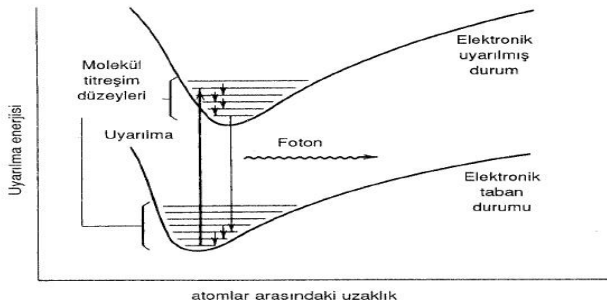
(c) Elektrik alanının yüklü iletken kürenin merkezinden itibaren yarıçapa bağlılığı gösterilmiştir.

# Sintilasyon Detektörleri



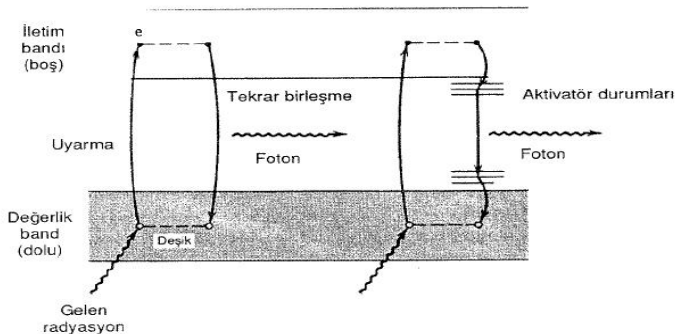
Şekil 7.14 Sintilasyon dedektöründeki temel işlemler

# Organik Sintilasyon Detektörleri



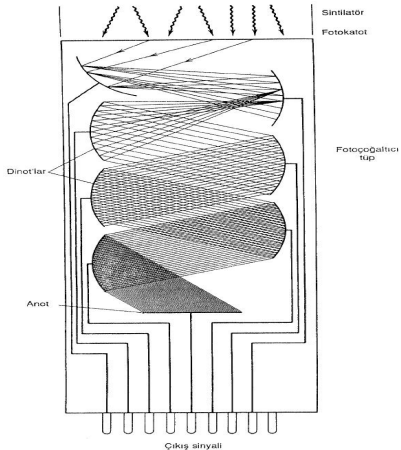
**Şekil 7.15** Bir organik sintilatörde elektronik yapı. Elektronik durumlar moleküller arasındaki çekim ve itme kuvvetlerinin ortak etkisiyle oluşan bir minimum potansiyel ile temsil edilir. Çekim kuvveti moleküllerin birbirinden daha fazla ayrılmalarını, itme kuvveti ise daha fazla yaklaşmalarını engeller (Pauli ilkesi atom dalga fonksiyonlarının örtüşmesine izin vermez). Minimum elektronik potansiyel molekül atomlarının birbirine göre titreşmesinden kaynaklanan bir dizi titreşim düzeyinden meydana gelir.

# Sintilasyon Detektörleri



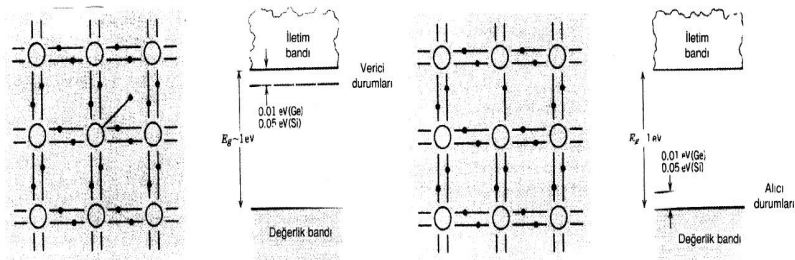
**Şekil 7.16** Bir kristaldeki enerji bantları. Sol taraf, NaI gibi saf bir kristaldeki, sağ taraf, örneğin, NaI (Tl)'daki Tl gibi bir aktivatörün bulunması halinde temel işlemleri göstermektedir.

# Sintilasyon Detektörleri



Şekil 7.18 Bir fotoçalıştırıcı tüpün çalışma şeması. Katoddan salınan elektronlar birinci dynoda çekilir ve çoğaltılırlar. Birbirini takip eden her dinot bir öncekinden daha yüksek potansiyeldedir: Tipik bir tüpte 10 veya 14 tane dinot vardır. Elektronların sayısı herbirinde 5 çarpanı kadar artırılır.

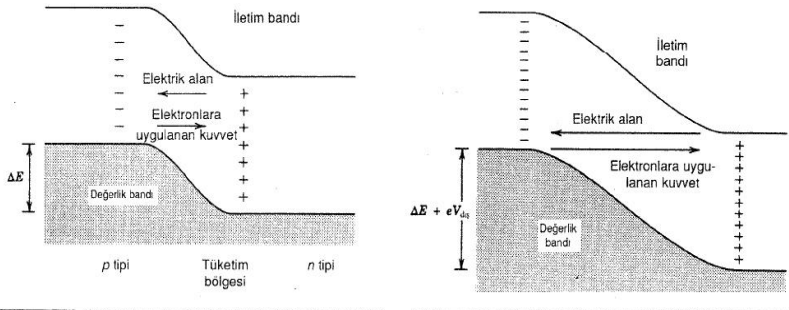
## Yarıiletken Detektörler



**Şekil 7.19** (Üst) 5 değerlikli bir atom Ge veya Si kristalinin bir atomu ile yer değiştirdiği zaman, bir kovalent bağı paylaşmayan fazla bir elektron bulunur, yani bu elektron kolayca iletim bandına uyarılır. Bu atomlar iletim bandının hemen altında verici durumları oluştururlar. Materyale 5 değerlikli safsızlık ilâve edilirse bir n-tipi yarıiletken oluşur. (Alt) safsızlık olarak bir 3 değerlikli atom kullanıldığı zaman değerlik bandından kolayca bir elektron alabileceği bir boşluk veya deşik oluşur. Deşik materyal içinde hareket edebilir, böylece p-tipi yarıiletken oluşur.



## Yarıiletken Detektörler



**Şekil 7.20** (Üst) *n*-tipi ve *p*-tipi materyaller temas ettirilirse, eklem yakınındaki elektron ve boşluklar birleşerek yük taşıyıcılarının tükendiği bir bölge oluştururlar. (Alt) Ters besleme ile (dış bataryanın ucu *p* tipi taraf ile birleştirildiğinde) tüketim bölgesi daha geniş hale getirilir ve elektrik alanın büyüklüğü artar.

# Detektörler Karşılaştırmaları

**Table 3.1** Parameters for some materials suitable for gamma-ray detectors

| Material         | Atomic number | Operating temperature        | Band gap (eV) <sup>a</sup> | $\epsilon$ (eV) <sup>a,b</sup> | Density (g cm <sup>-3</sup> ) | Mobility(cm <sup>2</sup> V <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ) <sup>a</sup> |                       |
|------------------|---------------|------------------------------|----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|---|-----------------------|
|                  |               |                              |                            |                                |                               | Electrons   | Holes                 |
| Si               | 14            | RT                           | 1.106                      | 3.62                           | 2.33                          | 1350  | 480                   |
| Ge               | 32            | Liquid N <sub>2</sub> (77 K) | 0.67                       | 2.96                           | 5.32                          | 3.6 × 10 <sup>4</sup>   | 4.2 × 10 <sup>4</sup> |
| CdTe             | 48, 52        | RT                           | 1.47                       | 4.43                           | 6.06                          | 1000  | 80                    |
| CdZnTe           | 48, 30, 52    | RT                           | 1.57                       | 4.64                           | 5.78                          | 1000  | 50–80                 |
| HgI <sub>2</sub> | 80, 53        | RT                           | 2.13                       | 4.22                           | 6.30                          | 100   | 4                     |
| GaAs             | 31, 33        | RT                           | 1.45                       | 4.51                           | 5.35                          | 8000  | 400                   |
| TlBr             | 81, 35        | -20°C                        | 2.68                       | ?                              | 7.56                          | —   | —                     |
| PbI <sub>2</sub> | 82, 53        | —                            | 2.6                        | 7.68                           | 6.16                          | 8   | 2                     |
| GaSe             | 31, 34        | —                            | 2.03                       | 6.3                            | 4.55                          | —   | —                     |
| AlSb             | 13, 51        | —                            | 1.62                       | 5.05                           | 4.26                          | —   | —                     |
| CdSe             | 48, 34        | —                            | 1.75                       | ?                              | 5.74                          | —   | —                     |

<sup>a</sup> Values are given at 77 K for Ge and 300 K otherwise.

<sup>b</sup> Electron-hole creation energy.

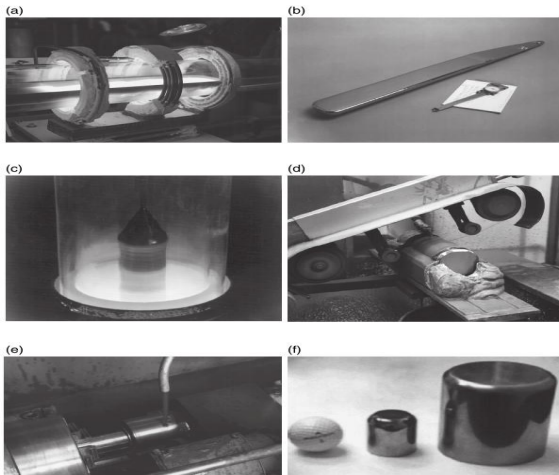
# Detektörler Karşılaştırmaları

**Table 3.2** Comparison of resolution and energy range of various low-energy gamma-ray detectors

| Material         | Size of detector                 | Resolution (keV) at: |         |            | Optimum energy range (keV) <sup>a</sup> |
|------------------|----------------------------------|----------------------|---------|------------|---|
|                  |                                  | 5.9 keV              | 122 keV | 661.66 keV |   |
| Ge               | 50 mm <sup>2</sup> × 5 mm planar | 0.145                | 0.5     | —          | 2–100                                   |
| CdTe             | 25 mm <sup>2</sup> × 2 mm (RT)   | —                    | 10–12   | —          | 6–350                                   |
| CdTe             | 10 mm × 10 mm × 10 mm (–30 °C)   | —                    | 1.93    | 2.89       | 10–1000                                 |
| CdZnTe           | 10 mm × 10 mm × 10 mm            | —                    | 9       | 23         | 30–1400                                 |
| CdZnTe           | 15 mm × 15 mm × 10 mm            | —                    | 8.5     | 12         | 20–1400                                 |
| HgI <sub>2</sub> | 100 mm <sup>2</sup> × 1 mm       | 1.5                  | —       | —          | 2–60                                    |
| TlBr             | 2 mm × 2 mm × 2 mm               | —                    | 6       | —          | 10–1000                                 |
| Nal(Tl)          | 51 mm (diam.) × 2.5 mm           | 2.9                  | —       | —          | 2–70                                    |
| Nal(Tl)          | 51 mm (diam.) × 25 mm            | —                    | 31      | —          | 20–200                                  |

<sup>a</sup> The approximate energy range over which usable detection efficiency can be expected. The actual range will depend upon the thickness and material of the detector window.

# Ge Detektörlerinin Üretim Aşamaları



**Figure 3.5** Stages in the manufacture of germanium detectors: (a) a three coil zone refiner; (b) a zone refined billet of germanium; (c) growing ('pulling') a germanium crystal by the Czochralski technique; (d) a mounted crystal being sliced by a string saw; (e) grinding the germanium crystal; (f) left to right - standard golf ball, 15% detector and 150% detector. Reproduced by permission of ORTEC

# Tipik bir Germanyum Detektörü

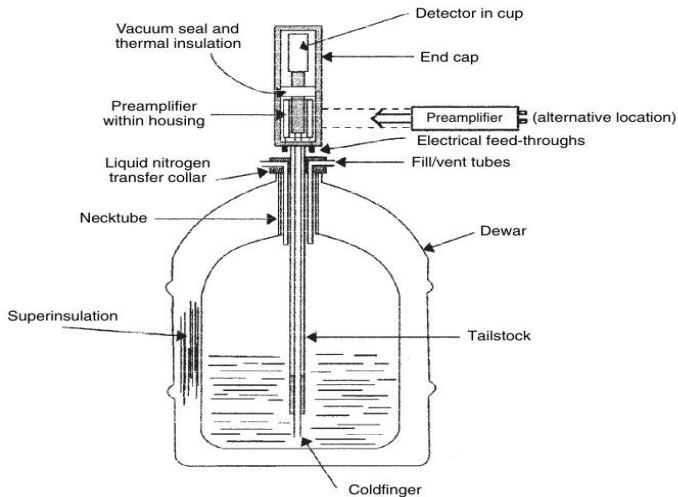
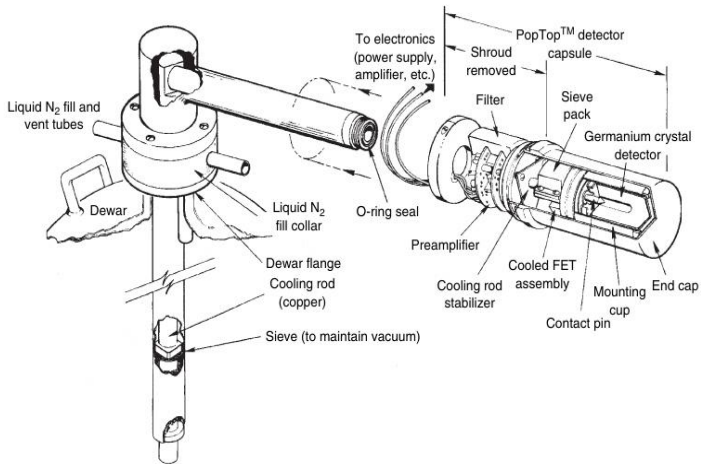


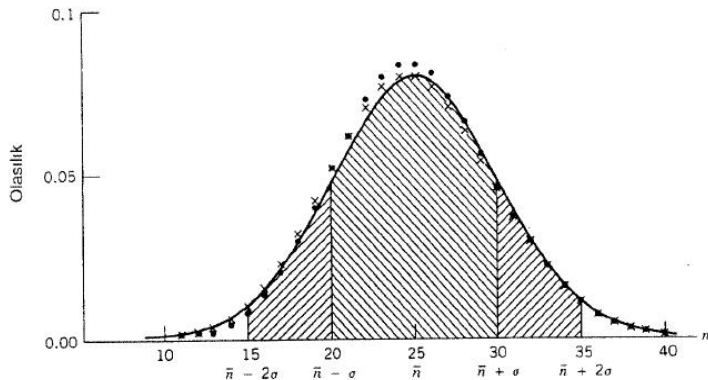
Figure 3.15 A typical germanium detector, cryostat and liquid nitrogen reservoir

# Tipik bir Germanyum Detektörü



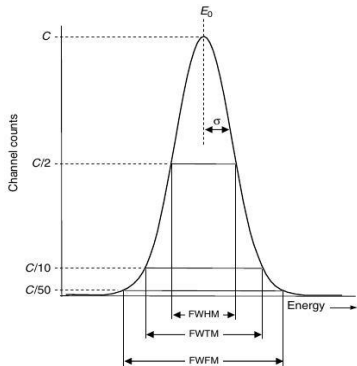
**Figure 3.16** A modern arrangement of detector and preamplifier within the cryostat housing – an exploded view of the ORTEC Pop-Top™ detector capsule with a horizontal dipstick cryostat and a 201 Dewar. Reproduced by permission of ORTEC

## Gamma Spektroskopisinde Sayma İstatistiği



**Şekil 7.22** (●) Binom, (x) Poisson, (—) Gauss dağılımlarının  $\bar{n} = 25$  için karşılaştırılmaları.  $\bar{n}$  artarken Gauss dağılımı kullanılarak yapılan yaklaşım daha iyidir.  $\bar{n} - \sigma$  ve  $\bar{n} + \sigma$  arasında Gauss dağılımı altındaki alan, eğri altındaki toplam alanın %68'idir; yani herhangi bir tek ölçümün,  $\bar{n} \pm \sigma$  aralığı içinde olma olasılığı %68'dir.  $\bar{n} \pm 2\sigma$  sınırları arasındaki alan, toplam alanın %95'idir.

# Germanyum Detektöründe Çözünürlük Hesabı



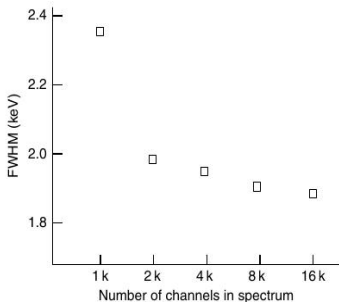
**Figure 11.6** Detector resolution. Representation of a Gaussian peak with full-width-at-half-maximum, full-width-at-one-tenth-maximum and full-width-at-one-fiftieth-maximum

**Table 11.4** Energies recommended for resolution measurements

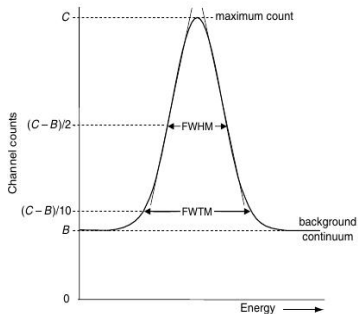
| Energy (keV) | Nuclide           | HPGe  |       | NaI(Tl) |
|--------------|-------------------|-------|-------|---------|
|              |                   | Large | Small |         |
| 1332.5       | $^{60}\text{Co}$  | *     | —     | —       |
| 661.7        | $^{137}\text{Cs}$ | —     | —     | *       |
| 122.1        | $^{57}\text{Co}$  | *     | *     | —       |
| 59.5         | $^{241}\text{Am}$ | —     | —     | *       |
| 22.1         | $^{109}\text{Cd}$ | —     | —     | —       |
| 5.9          | $^{55}\text{Fe}$  | —     | *     | —       |



# Germenyum Detektöründe Çözünürlük Hesabı

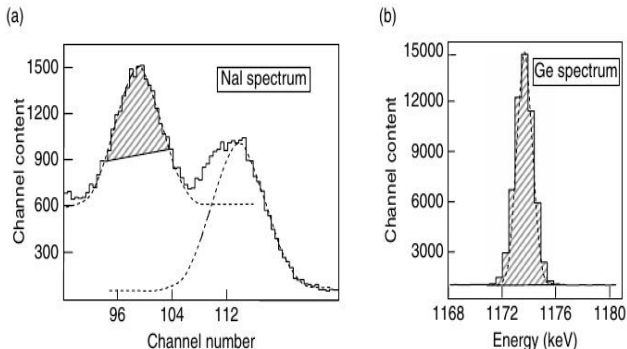


**Figure 11.7** Variation of measured FWHM with number of channels in the spectrum. The manufacturer's resolutions were: warranted, 1.9 keV; measured, 1.82 keV



**Figure 11.8** Demonstrating that the background  $B$  must be subtracted in determining half the maximum, and that at the FWHM level the data points are approximately linear on either side

# Gamma Spektrumunda Pik Analizi



**Figure 5.4** Portions of the spectrum of  $^{60}\text{Co}$  gamma-rays measured on (a) NaI(Tl) scintillation, and (b) Ge semiconductor detectors (the dotted lines represent the underlying Gaussian distribution of counts)

# Gamma Spektrumunda Pik Analizi

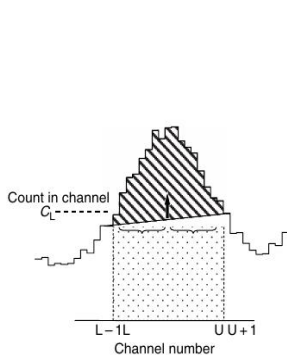


Figure 5.5 Calculation of peak area using the Covell method

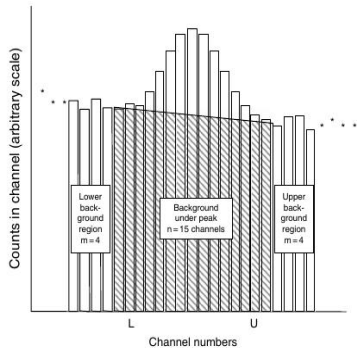


Figure 5.6 Calculation of peak area using extended background regions

- Nükleer bozunmalar (Nuclear Decays) : Kendiliğinden olurlar.
  - Elektromanyetik İşlemler (Electro-magnetic Process) :
    - 1 İç dönüşüm (Internal Conversion)
    - 2 Auger etkisi (Auger effect)
    - 3 Çift Oluşum (Pair production)
  - Beta Bozunması (Beta Decay)
  - Nükleon Yayılımı (Nucleon Emission) :
- Nükleer Reaksiyonlar (Nuclear Reactions):
  - Direkt Reaksiyonlar
    - 1 Transfer Reaksiyonları (Stripping ve Pick-up Reaksiyonları)
    - 2 Nükleer Saçılmalar (Elastik ve inelastik)
    - 3 Knock-out Reaksiyonları
  - İndirekt Reaksiyonlar
    - 1 Coulex Reaksiyonları
    - 2 Fusion Evaporation Reaksiyonları
    - 3 Derin (Deep) İnelastik Saçılma
    - 4 Bileşik Çekirdek Nükleer Reaksiyonları
    - 5 Fisyon Reaksiyonları

Bu son slayttır.

Herhangi bir soru varsa alabilirim.  
Dinlediğiniz için teşekkürler.

1